

## Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

### ΘΕΩΡΙΑ

- α) Τι είναι άθροισμα ομοίων μονωνύμων και τι είναι γινόμενο μονωνύμων;
  - β) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:  
i)  $(\alpha-\beta)^2 =$                       ii)  $\alpha^2-\beta^2 =$                       iii)  $(\alpha-\beta)^3 =$
- α) Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα μεταξύ τους; (Κριτήρια ισότητας τριγώνων)
  - β) Διατυπώστε το Θεώρημα του Θαλή.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- α) Να γίνουν οι πράξεις:  $(x^2-2y)3y + (xy-y^2)(-x) + (x+y)(-2xy)$
  - β) Ομοίως:  $3(x-3)^2 - 2(x-1)^2 + 2(x+1)^2 - (x-y)(x+y)$
- α) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{x-3}{12} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+2}{3} - 1$
  - β) Ομοίως:  $3x^2+8x-3 = 0$
- α) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} 2x - y = 19 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$$
  - β) Να εξετάσετε αν οι τιμές των x και y που βρήκατε στο προηγούμενο σύστημα το επαληθεύουν.

(Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τα τρία θέματα των ασκήσεων.

## Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

### ΘΕΩΡΙΑ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>** α) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες

ι)  $(\alpha+\beta)^3 =$

ιι)  $(\alpha-\beta)^3 =$

ιιι)  $\alpha^2 - \beta^2 =$

β) Να αποδείξετε τις ταυτοτητες

ι)  $\chi^2 + (\alpha+\beta)\chi + \alpha\beta = (\chi+\alpha)(\chi+\beta)$

ιι)  $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta +$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>** α) Να συμπληρώσετε τους τύπους που ισχύουν για παραπληρωματικές γωνίες

ι)  $\eta\mu(180^\circ - \omega) =$

ιι)  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) =$

ιιι)  $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) =$

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία  $\chi$   $\text{OM} = \omega$  ισχύει

$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>** Δίδεται το  $\sigma\upsilon\nu\omega = 1/3$ , με  $0^\circ < \omega < 180^\circ$   
Να υπολογίσετε το  $\eta\mu\omega$  και  $\epsilon\phi\omega$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>** Να λύσετε τις εξίσωσεις

α)  $\chi^2 - \chi - 2 = 0$

β)  $2/(2-\chi) - 1/(\chi+1) = 5/(\chi^2 - \chi - 2)$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>** Να λύσετε τα συστήματα

α)  $\begin{cases} \chi + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$

β)  $\begin{cases} 2\chi + 4y = 12 \\ \chi^2 + y^2 = 8 \end{cases}$

## Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

### ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΙΑ :

1α) Ποιες παραστάσεις ονομάζονται μονώνυμα;

β) Πότε δύο ή περισσότερα μονώνυμα λέγονται όμοια, και τι είναι το άθροισμα ομοίων μονωνύμων;

γ) Συμπληρώστε και αποδείξτε την ισότητα :  $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

2. Να γράψετε και να αποδείξετε τις σχέσεις των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας  $\omega$ .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ :

1. α) Να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 8 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

β) Για τις λύσεις του συστήματος να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης  $A = \frac{8x - y}{x - y}$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις : α)  $3x^2 = 27x$  , β)  $6x^2 - x - 2 = 0$  ,

γ)  $\frac{x-2}{2x} + \frac{2}{x-2} = \frac{4}{x^2 - 2x}$

3. Να γίνουν οι πράξεις και οι αναγωγές ομοίων όρων στην παράσταση :

$2x^3 - (2x + 1)^2 - (x - 1)(x^2 + x + 1)$  και να βρεθεί η αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για  $x = -1$ .

Παρατήρηση: το δεύτερο θέμα θεωρίας θα ήταν σαφέστερα διατυπωμένο αν γράφαμε τις σχέσεις που ζητάμε να αποδείξουν.

## Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

### Α.- Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> α) Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

β) Να συμπληρώσετε τι ταυτότητες

$(a-b) = \dots$

$(a+b) \cdot (a-b) = \dots$

γ) Αν ισχύει  $(a+b)^3 = a^3 + b^3$ , τα'ι συμπεραίνετε για τα  $a$  και  $b$  ?

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> α) Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων που αναφέρονται σε μια πλευρά και μια οξεία γωνία.

β) Ομοίως τα κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων που αναφέρονται σε πλευρές.

γ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια κάθετη πλευρά και μία οξεία γωνία ίσες είναι πάντοτε ίσα.

### Β) Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup> Να λυθεί το σύστημα

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3\chi + \psi}{3} - \frac{\chi - 5\psi}{2} = \frac{10}{3} \\ \chi - 2\psi = 2(3\chi + \psi) - 9 \end{array} \right\}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup> α) Να γίνουν γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις

$$A = \chi^2 - 2\chi, \quad B = \chi^2 - 3\chi + 2$$

β) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{B}{\chi - 1} = A$

ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup> Σ' ένα οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει  $\frac{\eta\mu A}{\alpha} = \frac{\sqrt{4\gamma^2 - \alpha^2}}{2\beta\gamma}$

Να αποδείξετε ότι:

i)  $\eta\mu B = \frac{\sqrt{4\gamma^2 - \alpha^2}}{2\gamma}$

ii)  $\sigma\upsilon\nu B = \frac{\alpha}{2\gamma}$  και

iii)  $\beta = \gamma$

Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δύο ασκήσεις.

## Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

### Α. ΘΕΩΡΙΑ.

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>.** Δίνεται ένα σημείο  $M(x,y)$ , σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $xOy$  με  $OM=r$  και γωνία  $\widehat{xOM}=\omega$ . α) Να ορίσετε τους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ . β) Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$ .

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>.** α) Τι λέγεται ταυτότητα; β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:  
 $(\alpha+\beta)^2=\dots\dots\dots$   $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=\dots\dots\dots$ ,  $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\dots\dots\dots$   
γ) Να αποδείξετε ότι  $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$ .

### Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>.** Να λυθεί το σύστημα:

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3$$

$$2(x-y) + 5y = -1$$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>.**

α) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα :

$$K = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}, \quad A = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

β) Να λυθεί η εξίσωση  $K + A = \frac{5}{x^2 - 4}$ .

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>.** Αν  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ , με  $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ , να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

**Σημείωση:** Από τα δύο θέματα της θεωρίας να απαντήσετε στο ένα και από τις τρεις ασκήσεις στις δύο.

## Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

### ΘΕΩΡΙΑ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A/ Να διατυπώσεις τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

B/ Δύο όμοια τρίγωνα είναι και ίσα;

Γ/ Δύο ίσα τρίγωνα είναι και όμοια;

#### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A/ Να αποδείξεις την ταυτότητα  $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

B/ Να συμπληρώσεις τις ταυτότητες:

i/  $(\alpha - \beta)^2 =$

ii/  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) =$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Δίνεται ότι  $A = \chi^3 + 4\chi^2 + 4\chi$ ,  $B = \chi^2 - 4$ ,  $\Gamma = \chi^2 - 2\chi$ .

A/ Να κάνετε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων τις παραστάσεις A, B, Γ.

B/ Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{1}{A} + \frac{2}{B} = \frac{1}{\Gamma}$

#### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνονται τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ με γωνία A=100°, γωνία B=30°, γωνία Δ=30°, γωνία E=50°, ΑΓ=2, ΕΖ=5.

α/ Να αποδείξεις ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια και να βρεις τον λόγο ομοιότητας του ΔΕΖ προς το ABΓ.

#### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Να λυθεί το σύστημα: 
$$\left. \begin{aligned} \frac{2\chi - 1}{3} - \frac{\psi - 1}{4} &= \frac{\chi}{2} + 1 \\ 3\chi - 2\psi &= 12 \end{aligned} \right\}$$

# Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

## ΤΑΞΗ Γ'

### ΘΕΜΑΤΑ

#### ΘΕΩΡΙΑ 1<sup>η</sup>

- α) Τι ονομάζουμε ακέραια αλγεβρική παράσταση;
- β) Τι ονομάζουμε μονώνυμο;
- γ) Πώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός πολυωνύμου με πολυώνυμο;

#### ΘΕΩΡΙΑ 2<sup>η</sup>

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Οχψ θεωρούμε το σημείο Μ με συντεταγμένες (χ,ψ). Αν ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ημιευθεία ΟΜ με τον ημιάξονα Οχ

- α) να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω (ημω, συνω και εφω)
- β) να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

#### ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>

Δίνεται η παράσταση  $A(x) = \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{2}{4 - x^2} + \frac{3}{x^2 - 2x}$

α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η A(x).

β) Να αποδείξετε ότι  $A(x) = \frac{2}{x(x-2)}$ .

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $A(x) = \frac{1}{4}$

#### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>

Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{2\chi + \psi}{6} + \frac{\chi - 2\psi + 1}{4} = \frac{\chi - \psi}{2} + \frac{11}{12} \\ \frac{\chi + \psi}{3} - \frac{\chi - 2\psi}{4} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

#### ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>

Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΑΒ=10, ΑΚ=χ, ΑΛ=χ+3 και ΛΓ=χ. Αν ΚΛ // ΒΓ να υπολογιστεί το χ.

