

Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

ΘΕΩΡΙΑ

- ΘΕΜΑ 1^ο: Α. Τι ονομάζουμε ταυτότητα;
Β. Γράψτε συμπληρωμένες τις παρακάτω ταυτότητες
i) $(\alpha + \beta)^2 = \dots$
ii) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots$
iii) $(\alpha - \beta)^3 = \dots$
Γ. Αποδείξτε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

- ΘΕΜΑ 2^ο: Δίνεται η συνάρτηση $y = ax^2$, $a > 0$.
Α. Πως λέγεται η γραφική της παράσταση;
Β. Ποιες ιδιότητες έχει;
Γ. Κάντε μια πρόχειρη γραφική παράσταση.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

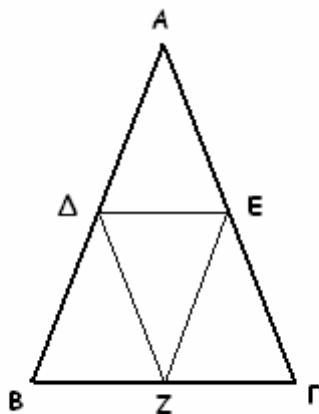
- ΑΣΚΗΣΗ 1^η: Α. Να αναλύσετε σε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις:
 $x^2 - 2x$, $x^2 - 4$, $3x - 6$, $x^2 - 4x + 4$

- Β. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$A = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}, \quad B = \frac{3x - 6}{x^2 - 4x + 4}$$

- Γ. Να λύσετε την εξίσωση $A - B = 0$

- ΑΣΚΗΣΗ 2^η: Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και Δ, Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ αντίστοιχα.



- ΑΣΚΗΣΗ 3^η: Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = \frac{5}{2} \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = x^2 + y^2 + 1 \end{cases}$$
.

Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ΄ γυμνασίου

A. Κάνοντας πράξεις σε κάθε εξίσωση να αποδείξετε ότι έρχεται στην απλούστερη μορφή:
$$\begin{cases} 3x + y = 15 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$$

B. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x + y = 15 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$$

Σημείωση: Πρέπει να απαντήσετε σε ένα από τα δυο θέματα θεωρίας, και σε δύο από τις τρεις ασκήσεις.

Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

A. ΘΕΩΡΙΑ

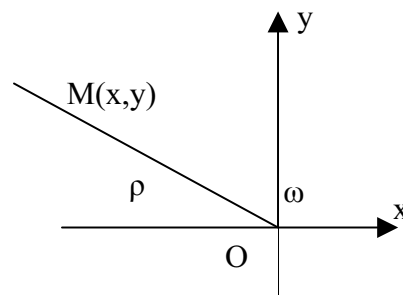
ΘΕΜΑ 1^ο: α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

β) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες: $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) =$ $(\alpha + \beta)^3 =$

ΘΕΜΑ 2^ο: Δίνεται η γωνία $\widehat{xOM} = \omega$ του σχήματος
α) Να συμπληρώσετε τις ισότητες

$$\eta\mu\omega = - \quad \sigma\upsilon\nu\omega = - \quad \epsilon\phi\omega = -$$

β) Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.



B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η: I. Να παραγοντοποιηθούν τα πολώνυμα:

$$\alpha = 3x^2 - 6x, \quad \beta = x^2 - 25, \quad \gamma = x^2 + 10x + 25, \quad \delta = x^2 - 7x + 10$$

II. Να απλοποιήσετε την παράσταση $K = \frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 10x + 25} \cdot \frac{x^2 - 25}{x^2 - 7x + 10}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η: Δίνεται η παράσταση

$$A = (x+5)^2 - (x+3)(x-3) + (3x-2)(1-x) + 4x(x-1)$$

I. Να κάνετε τις πράξεις.

II. Να λύσετε την εξίσωση $A = 4$.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η: I. Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} \frac{3x+2y}{5} - \frac{x+11}{15} = \frac{x-1}{3} \\ 4x+5y = 2 \end{cases}$$

II. Αν x, y είναι η λύση του συστήματος να υπολογίσετε την τιμή της

$$\text{παράστασης } \Gamma = \left(\frac{1}{2006}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{2006}\right)^y.$$

Α ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν οι γνωστές ταυτότητες

$$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

- Να αποδείξετε την παρακάτω ταυτότητα

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

ΘΕΜΑ 2^ο

- Να γράψετε τα κύρια στοιχεία και 3 από τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου
- Να γράψετε τα τρία κριτήρια ισότητας δυο τριγώνων

Β ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται τα πολυώνυμα

$$A = x^3 + 4x^2 + 4x \quad , \quad B = x^2 - 4 \quad , \quad \Gamma = x^2 - 2x$$

- Να αποδείξετε ότι $A = x \cdot (x+2)^2$
- Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα **B** και **Γ**
- Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{1}{A} + \frac{2}{B} = \frac{1}{\Gamma}$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται το σύστημα:

Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

$$\begin{cases} 3x - 4y = \alpha - \beta \\ x + 2y = 3\alpha - 5\beta \end{cases}$$

Αν το σύστημα έχει λύση την $(x, y) = (2, 1)$

- Να αποδείξετε ότι $\begin{cases} \alpha - \beta = 2 \\ 3\alpha - 5\beta = 4 \end{cases}$
- Να βρείτε τα α, β

ΑΣΚΗΣΗ 3"

Αν $x = 3 \cdot \eta\mu\omega$ και $y = 3 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$

Να αποδείξετε ότι:

- $x^2 + y^2 = 9$ και
- $x^4 - y^4 = 9 \cdot (x^2 - y^2)$
- Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της παράστασης $A = x + 2$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ : Να απαντήσετε :

- σε ένα (1) από τα δύο (2) θέματα θεωρίας και
- σε δύο (2) από τις τρεις (3) ασκήσεις .

Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

ΘΕΩΡΙΑ

- Ποια είναι τα κριτήρια της ισότητας δύο τριγώνων;
 - Ποια είναι τα κριτήρια ισότητας δύο ορθογωνίων τριγώνων;
 - Διατυπώστε το Θεώρημα του Θαλή.
- Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων xOy παίρνουμε σημείο $M(x,y)$. Αν $\widehat{OM} = \varphi$, να αποδείξετε ότι:
 - $\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi = 1$
 - και $\beta) \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Να κάνετε τις πράξεις: $(2\chi+3)^2 + (\chi-2)^3 + 5\chi(\chi+3)(\chi-3) - (\chi-1)^3$
- Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x^2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x-2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2 - 4x + 4}$
- Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x^2 - 3xy = 2 \end{cases}$$

(Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τα τρία θέματα των ασκήσεων)

Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ' γυμνασίου

ΘΕΜΑΤΑ:

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- α) Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων
β) Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δυο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και το μισό αυτής.

ΘΕΜΑ 2^ο

- α) Αν πάρουμε οποιοδήποτε σημείο $M(x, \psi)$ του επιπέδου και γωνία $\angle XOM = \omega$
Να διατυπώσετε τους τύπους των τριγωνομετρικών αριθμών $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$
β) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{cases} \frac{3a + \beta}{2} = \frac{a - 3\beta}{3} \\ \frac{a - 1}{3} - \frac{1 - 4\beta}{27} = 0 \end{cases}$$

- 2) Μια μεταλλική πλάκα που έχει σχήμα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 30cm και 40cm θερμαίνεται και από τη διαστολή αυξάνεται κάθε πλευρά κατά 10%. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο θα παραμείνει ορθογώνιο.
- 3) Συναντήθηκαν ορισμένοι φίλοι και αντάλλαξαν χειραψία με όλους τους άλλους. Αν έγιναν 15 χειραψίες πόσοι ήταν οι φίλοι;

Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και δυο ασκήσεις. (κατ' επιλογή)