

**ΘΕΩΡΙΑ**

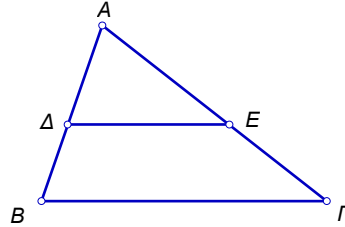
**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή.

**B.** Αν  $DE \parallel B\Gamma$ , να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (**Σ**), αν είναι σωστές ή με (**Λ**), αν είναι λανθασμένες:

**α.**  $\frac{\Delta B}{E\Gamma} = \frac{AB}{A\Gamma}$        **β.**  $\frac{A\Delta}{\Delta B} = \frac{E\Gamma}{AE}$

**γ.**  $\frac{AB}{A\Delta} = \frac{A\Gamma}{E\Gamma}$        **δ.**  $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma}$



**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες των παρακάτω αξιοσημείωτων ταυτοτήτων και στη συνέχεια να τις αποδείξετε:

**α.**  $(\alpha - \beta)^2 =$

**β.**  $\alpha^2 - \beta^2 =$

**γ.**  $(\alpha + \beta)^2 =$

**B.** Επιλέξτε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις:

**Σ - Λ**

**α.** Ισχύει πάντα ότι:  $(\alpha - \beta)^2 = (-\alpha + \beta)^2$

**β.** Ισχύει ότι:  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

**γ.** Ισχύει ότι:  $(5\omega + 4)^2 = 25\omega^2 + 16$

**δ.** Ισχύει ότι:  $(3x - y)^2 = 3x^2 - 2 \cdot 3x \cdot y + y^2$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λύσετε τα συστήματα: **A.**  $\begin{cases} 3x - 7y = 1 \\ 4x + y = 53 \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} 5(x + 2y) - (3x + 11y) = 14 \\ 7x - 9y - 3(x - 4y) = 38 \end{cases}$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

**A.** Να μετατρέψετε σε γινόμενα τις παραστάσεις:

**α.**  $9x^2 - 16$

**β.**  $4x^2 + 4x + 1$

**γ.**  $xy + x^2 - x - y$

**δ.**  $x^2 + 3x + 2$

**ε.**  $1 - 2\alpha + 2\beta\gamma + \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2$

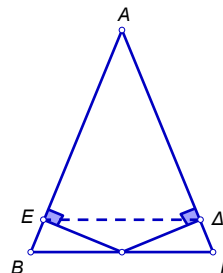
**B.** Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x + 1}{2x + 4} = \frac{1}{x + 1}$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  το μέσον της βάσης  $B\Gamma$ . Από το  $M$  φέρνουμε τα τμήματα  $M\Delta$  και  $ME$  κάθετα προς τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

**A.** Τα τρίγωνα  $\Delta BM$  και  $E\Gamma M$  είναι ίσα,

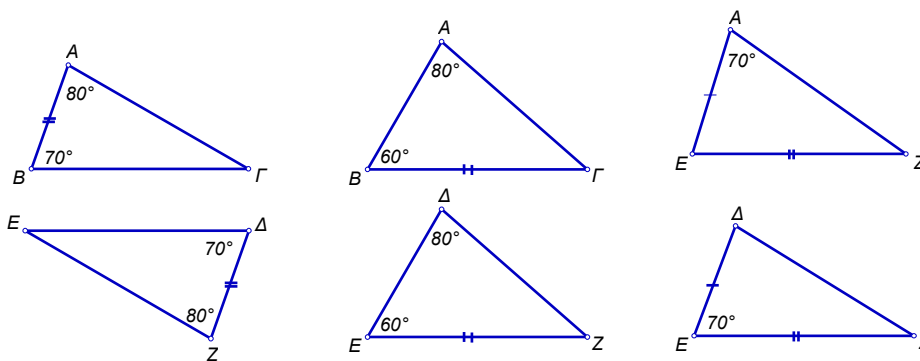
**B.** Το τρίγωνο  $AED$  είναι ισοσκελές.



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

- A. Τι ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου και τι ονομάζεται ύψος ενός τριγώνου;
- B. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.
- Γ. Ποια από τα παρακάτω ζεύγη τριγώνων είναι ίσα τρίγωνα;  
(Να μη δικαιολογήσετε την απάντησή σας).



**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

- A. Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- B. Να γράψετε 5 αξιοσημειώτες ταυτότητες που γνωρίζετε (εκτός από την ταυτότητα του ερωτήματος γ).
- Γ. Αποδείξτε την ταυτότητα:  
 $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

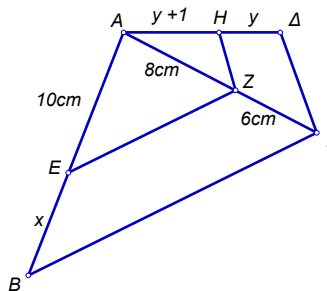
Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{y-1}{2} - \frac{x+2}{6} = \frac{y}{6} - \frac{1}{3} \\ 3x - 2(y-1)^2 - (x-2) \cdot (x+2) = 2y^2 - x^2 + 1 \end{cases}$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Να λυθεί η εξίσωση: 
$$\frac{3x+1}{x-3} + \frac{4}{5-x} = \frac{2x^2-13x+1}{x^2-8x+15}$$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ότι EZ // BΓ και ZH // ΓΔ.  
Να υπολογίσετε τα τμήματα x και y.

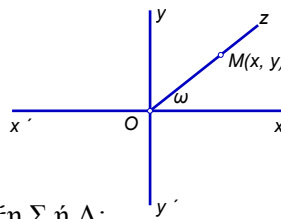


**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται σημείο  $M(x, y)$  τέτοιο

ώστε  $\widehat{XOM} = \hat{\omega}$  και  $OM = \rho$ . Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .



**B.** Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σ ή Λ:

**α.** Εάν  $\eta\mu^2\omega = \frac{3}{5}$  τότε  $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{2}{5}$       **β.**  $\sigma\upsilon\nu 180^\circ = -1$

**γ.**  $\eta\mu 150^\circ = -\eta\mu 30^\circ$       **δ.** Εάν  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$  τότε  $\epsilon\phi\omega = 0$

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A.** Τι λέγεται παραγοντοποίηση;

**B.** Αποδείξτε ότι:  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$  προτάσεις με την ένδειξη Σ ή Λ:

**α.**  $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$       **β.**  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \beta^2 - \alpha^2$

**γ.** Ισχύει  $\frac{x^2+1}{x} = x+1$  για κάθε  $x \neq 0$       **δ.** Το Ε. Κ. Π. των  $6x^2y, 3xy^2, 12x$  είναι  $12x^2y^2$ .

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

**A.** Να λυθεί η εξίσωση:  $(2x + 1)^2 + 3(x - 1)^2 = 7(x^2 + 3) - 3$

**B.** Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{x - 1}{x} = \frac{x}{x - 2}$

**Γ.** Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{\kappa}{7}x^2 + \lambda x + 2 = 0$

όπου  $\kappa$  η λύση που βρήκατε στο (α) και  $\lambda$  η λύση που βρήκατε στο (β).

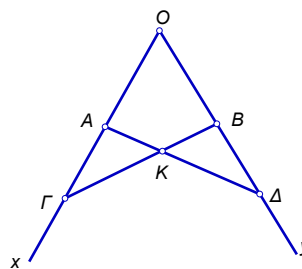
**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Δίνεται γωνία  $\widehat{xOy}$  και στις πλευρές της  $Ox,$

$Oy$  τα σημεία  $A, \Gamma$  και  $B, \Delta$  αντίστοιχα ώστε:

$OA = OB, O\Gamma = O\Delta$ . Δείξτε ότι:

**A.**  $\widehat{OB\Gamma} = \widehat{O\Delta A}$       **B.**  $\widehat{K\Delta\Gamma} = \widehat{KBA}$       **Γ.**  $AB \parallel \Gamma\Delta$



**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = -2 \cdot \eta\mu 30^\circ + \sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ + 2\sqrt{3} \cdot \eta\mu 60^\circ$$

$$B = 5 \cdot (\eta\mu 70^\circ \cdot \eta\mu 110^\circ - \sigma\upsilon\nu 70^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 110^\circ)$$

**A.** Δείξτε ότι  $A = 3, B = 5$

**B.** Εάν  $\eta\mu\omega = \frac{A}{B}$ , όπου  $A, B$  οι τιμές του (α) ερωτήματος και  $\omega$  αμβλεία, βρείτε το  $\sigma\upsilon\nu\omega$  και την  $\epsilon\phi\omega$ .

**Γ.** Υπολογίστε την παράσταση: 
$$K = \frac{5 \cdot \eta\mu(180^\circ - \omega) - 5 \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}{\frac{4}{3} \cdot \epsilon\phi(180^\circ - \omega)}$$

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Τι ονομάζεται ταυτότητα;

**B.** Να αποδείξετε ότι:  $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

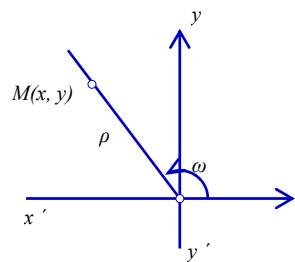
**Γ.** Να χαρακτηρίσετε ως Σωστό ή Λάθος τις σχέσεις:

**α.**  $(-x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$       **β.**  $(2 + \alpha) \cdot (4 + 2\alpha + \alpha^2) = 8 + \alpha^3$

**γ.**  $(\alpha - \beta)^3 = -(\beta - \alpha)^3$       **δ.**  $(-x - y) \cdot (-x + y) = x^2 - y^2$

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται σημείο  $M(x, y)$ , τέτοιο ώστε να είναι γωνία  $\angle xOM = \omega$  και  $OM = \rho$ .



**A.** Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

**B.** Με την προϋπόθεση ότι  $\sin\omega \neq 0$  να αποδείξετε

ότι  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\upsilon\omega}$ .

**Γ.** Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$\eta\mu(180 - \omega) = \dots\dots$        $\sigma\upsilon\upsilon(180 - \omega) = \dots\dots$        $\epsilon\phi(180 - \omega) = \dots\dots$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-1) \cdot (y-1) \cdot (y+1) = y \cdot (y+1) + x^2 \\ \frac{x-2}{2} - \frac{y-2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

**A.** Αφού πρώτα βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζονται, να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

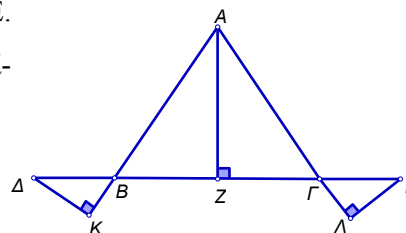
$K = \frac{2x^3 - 162x}{2x^2 - 18x}$  και  $\Lambda = \frac{2x^3 - 8x^2 + 8x}{(x-2)^2}$ .

**B.** Στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{\Lambda}{x+3} = \frac{2}{x-3} + \frac{K}{9-x^2}$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Στις προεκτάσεις της βάσης  $B\Gamma$  παίρνουμε σημεία  $\Delta, E$  έτσι ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ .

Αν είναι  $\Delta K \perp AB$ ,  $E\Lambda \perp A\Gamma$  και  $AZ \perp B\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:



**A.** Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma E$  είναι ίσα.

**B.** Τα τρίγωνα  $B\Delta K$  και  $\Gamma E\Lambda$  είναι ίσα.

**Γ.** Τα τρίγωνα  $BK\Delta$  και  $ABZ$  είναι όμοια και να γράψετε τους αντίστοιχους λόγους ομοιότητας.