

## **ΘΕΩΡΙΑ**

### **Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 =$$

$$(\alpha + \beta)^3 =$$

$$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) =$$

**B.** Να αποδείξετε την τελευταία ταυτότητα.

### **Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A.** Πότε δύο τρίγωνα λέμε ότι είναι ίσα;

**B.** Διατυπώστε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Σε κάθε περίπτωση να σχεδιάσετε το αντίστοιχο σχήμα.

## **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

### **Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λυθεί το σύστημα:

$$\frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{2} = 5$$

$$3(x-1) - 2(y-6) = 15 - x.$$

### **Άσκηση 2<sup>η</sup>**

**A.** Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

$$3x + 3, x^2 - 1, x^2 - x.$$

**B.** Αφού αντικαταστήσετε τα πολυώνυμα που παραγοντοποιήσατε, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x+3}{x^2-1} - \frac{2}{x^2-x} = \frac{2}{x}.$$

**Γ.** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) είναι: το Δ μέσο της ΑΒ, το Ε μέσο της ΑΓ και το Μ μέσο της ΒΓ. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα.

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

- A.** Το άθροισμα μονωνύμων είναι μονώνυμο.
- B.** Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο.
- Γ.** Το πηλίκο μονωνύμων είναι μονώνυμο.
- Δ.** Το μηδενικό μονώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
- E.** Το σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
- ΣΤ.** Το άθροισμα όμοιων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο μ'αυτά.

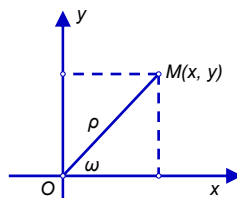
**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται σημείο M(x, y)

τέτοιο ώστε να είναι  $OM = \rho$  και  $\widehat{XOM} = \omega$ .

Να αποδείξετε ότι:

- A.**  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  και
- B.**  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ .



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{x-10}{x^2-2x} - \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{x+2}{2-x}$ .

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{2x+y}{3} - \frac{x-y}{2} = -\frac{2}{3} \\ 3(x-2) - 2(y-1) = 1 \end{cases}$$

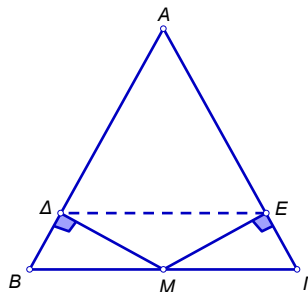
**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB = AΓ).

Από το μέσο M της βάσης BΓ φέρνουμε τις

κάθετες MΔ ⊥ AB και ME ⊥ AΓ.

- A.** Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBM και EMΓ και να αποδείξετε ότι MΔ = ME.
- B.** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AΔE είναι ισοσκελές.



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

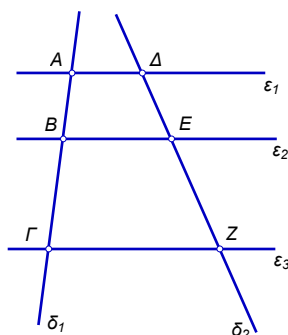
- A.** Να γράψετε τη γενική μορφή εξίσωσης 2<sup>ου</sup> βαθμού και τον τύπο που δίνονται οι λύσεις της.
- B.** Να εξετάσετε χωρίς να λυθούν, ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις έχουν λύσεις (και πόσες) και ποιες είναι αδύνατες:  
 $4x^2 - 4x + 1 = 0$ ,  $x^2 - 2x + 5 = 0$ ,  $3x^2 + x - 10 = 0$ .

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

- A.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή (σχήμα)
- B.** Στο διπλανό σχήμα  $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \parallel \epsilon_3$ .

Να συμπληρώσετε τις αναλογίες:

- ◆  $\frac{AB}{BG} = \dots\dots\dots$ ,
- ◆  $\frac{AG}{AB} = \dots\dots\dots$ ,
- ◆  $\frac{BG}{AG} = \dots\dots\dots$



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{x+1}{2(x+2)} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+3x+2}$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Να λυθεί το σύστημα:  $\begin{cases} \frac{x-5}{2} = 3 - \frac{2y+1}{3} \\ 2(x+4) - 3(y-6) = 24 \end{cases}$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Αν  $\sin \omega = -\frac{4}{5}$  και  $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ .

- A.** Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .
- B.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  
 $B = 10\sin \omega - 8\epsilon\phi \omega + 5\eta\mu(180^\circ - \omega)$ .

## ΘΕΩΡΙΑ

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

A. Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή (σχήμα – αναλογία).

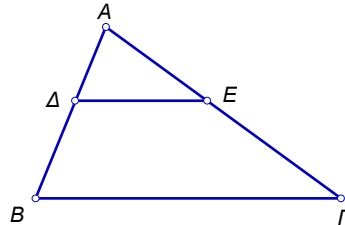
B. Αν  $DE \parallel B\Gamma$  ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι Σωστές και ποιες Λάθος;

α.  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EG}$

β.  $\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AE}$

γ.  $\frac{DB}{EG} = \frac{AD}{AE}$

δ.  $\frac{DB}{EG} = \frac{AB}{AG}$



### Θέμα 2<sup>ο</sup>

A. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) =$$

$$(\alpha - \beta)^3 =$$

$$\alpha^3 + \beta^3 =$$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Άσκηση 1<sup>η</sup>

Να λυθεί η εξίσωση:  $-\frac{1}{x} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2 - 2x}$

### Άσκηση 2<sup>η</sup>

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = AG$ . Προεκτείνω τις πλευρές  $AB$  και  $AG$  προς το μέρος των  $B$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα κατά ίσα τμήματα  $B\Delta = \Gamma E$ . Αν  $M$  είναι το μέσο της βάσης  $B\Gamma$ , να δείξετε ότι  $M\Delta = ME$ .

### Άσκηση 3<sup>η</sup>

Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y-2}{6} = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot (x-1) - x + 4y = 3y \end{cases}$$

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Τι λέγεται ταυτότητα;

**B.** Συμπληρώστε τις ισότητες:

**α.**  $\alpha^3 - \beta^3 = \dots$

**β.**  $\alpha^3 + \beta^3 = \dots$

**γ.**  $\alpha^2 - \beta^2 = \dots$

**Γ.** Αποδείξτε ότι:

$$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Διατυπώστε το Θεώρημα του Θαλή κάνοντας και το αντίστοιχο σχήμα.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Στο σύνολο των πραγματικών αριθμών να λυθεί η εξίσωση:

$$1 - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{2 \cdot x}{x^2 - 4}$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Βρείτε τις πραγματικές τιμές των x και y λύνοντας το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Αν για την οξεία γωνία  $\omega$  γνωρίζουμε ότι  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ , υπολογίστε την τιμή της παράστασης:

$$10 \cdot \eta\mu\omega - \frac{5}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - 12 \cdot \epsilon\phi\omega$$

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αποδειχθεί η ταυτότητα:

$$(α - β)^2 = α^2 - 2αβ + β^2$$

**B.** Χαρακτηρίστε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τα παρακάτω:

**α.**  $(κ - λ)^2 = κ^2 - 2κ(-λ) + (-λ)^2$

**β.**  $(x - 2κ)(x^2 + 2κx + 4κ^2) = x^3 - 8κ^3$

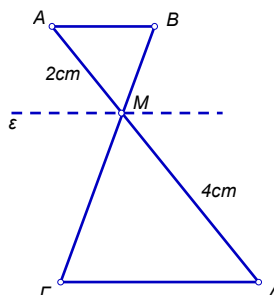
**γ.**  $y^2 - 9x^2 = (y - 3x)[y + (-3x)]$

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A.** Διατυπώστε το Θεώρημα του Θαλή (κανόνας - σχέση - σχήμα).

**B.** Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος, αντιστοιχίστε τα στοιχεία της στήλης Α με αυτά της στήλης Β:

Είναι  $AB \parallel \varepsilon \parallel \Gamma\Delta$ ,  $AM = 2$ ,  $M\Delta = 4$ .



ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
<b>α.</b> $\frac{BM}{M\Gamma}$	<b>1.</b> $\frac{1}{2}$
<b>β.</b> $\frac{M\Gamma}{B\Gamma}$	<b>2.</b> 3
<b>γ.</b> $\frac{B\Gamma}{BM}$	<b>3.</b> $\frac{3}{2}$
<b>δ.</b> $\frac{BM}{B\Gamma}$	<b>4.</b> $\frac{2}{3}$
	<b>5.</b> $\frac{1}{3}$

α	β	γ	δ

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

**A.** Λύστε την εξίσωση:

$$x(x - 2) = 3$$

**B.** Παραγοντοποιήστε το τριώνυμο:

$$x^2 - 2x - 3$$

**Γ.** Αν  $x_1$  η μικρότερη λύση της (α) και  $x_2$  η μεγαλύτερη, να αποδείξετε τη σχέση:

$$9(x_1 \eta \mu \omega)^2 + (x_2 \sigma \upsilon \nu \omega)^2 = 9$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

**A.** Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων:

$$2(\alpha + 3) - 2(\beta - 1) = 10$$

$$3(\alpha - 1) + 2(\beta + 3) = 11$$

**B.** Για τις τιμές των α, β που βρήκατε στο (α) ερώτημα να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\beta}{x+1} + \frac{\alpha}{x^2-1} - \beta = 0$$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

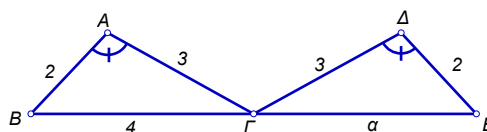
Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος:

**A.** να αναφέρετε το κριτήριο βάσει του οποίου τα τρίγωνα ABΓ και ΓΔΕ είναι ίσα

**B.** να βρείτε το μήκος α της πλευράς ΓΕ

**Γ.** αν  $\alpha = 4$  να απλοποιήσετε την παράσταση Κ αφού πρώτα παραγοντοποιήσετε τον

αριθμητή της :  $K = \frac{x(x-5) + \alpha + 2}{x^2 - 9}$ .



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

- A. Πότε δύο ή περισσότερα μονώνυμα λέγονται όμοια;
- B. Πότε δύο μονώνυμα λέγονται αντίθετα;
- Γ. Τι λέγεται συντελεστής ενός μονωνύμου;

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

- A. Αν  $\omega$  και  $180^\circ - \omega$  είναι παραπληρωματικές γωνίες, να χαρακτηρίσεις κάθε μία από τις παρακάτω ισότητες, με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

- α.  $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$
- β.  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\eta\mu\omega$
- γ.  $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\phi\omega$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λύσεις την εξίσωση:

$$-7x + x^2 = -6$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Να παραγοντοποιήσεις το πολυώνυμο:

$$x^2 - 10x + 25 - \omega^2 =$$

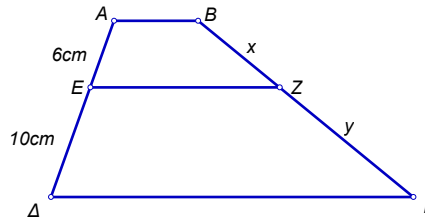
**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι:

ΕΖ // ΑΒ // ΔΓ, ΑΕ = 6m, ΕΔ = 10m,

ΒΓ = 24m, ΒΖ = x και ΖΓ = y.

Να υπολογίσεις τα μήκη των τμημάτων x και y.



**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

**α.**  $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

**β.**  $\alpha^3 - \beta^3 = \dots\dots\dots$

**γ.**  $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

**B.** Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A.** Πότε δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα;

**B.** Ποια είναι τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τυχαίου τριγώνου;

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λυθεί η εξίσωση:  $1 - \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-10}{x^2-2x} - \frac{x+2}{x}$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Δίδεται το σύστημα:

$ax - by = 4$

$(2\alpha + 3)x + (\beta + 2)y = 45$

Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  ώστε το σύστημα να έχει λύση το ζεύγος:

$(x, y) = (5, 2)$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Δίδεται το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $(AB = A\Gamma)$ .

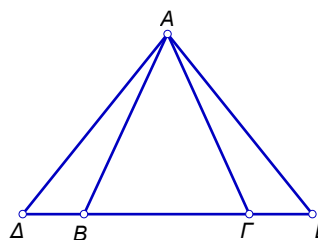
Προεκτείνουμε τη βάση  $B\Gamma$  κατά τμήματα  $B\Delta = \Gamma E$ ,

όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να αποδείξετε

ότι:

**A.** το τρίγωνο  $AB\Delta$  είναι ίσο με το τρίγωνο  $A\Gamma E$

**B.** το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.





## **ΘΕΩΡΙΑ**

### **Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

**α.**  $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots$

**β.**  $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots$

**γ.**  $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots$

**B.** Να αποδείξετε τη δεύτερη ισότητα.

### **Θέμα 2<sup>ο</sup>**

**A.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή (σχήμα)

**B.** Για δύο σημεία Δ, Ε των πλευρών ΑΒ, ΑΓ αντιστοίχως ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύουν οι προτάσεις:

**α.** Αν  $\Delta E \parallel B\Gamma$  τότε  $\dots\dots$

**β.** Αν  $\frac{A\Delta}{\Delta B} = \frac{A\epsilon}{\epsilon\Gamma}$  τότε  $\dots\dots$

Να συμπληρώσετε τις προτάσεις (σχήμα).

## **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

### **Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λύσετε την εξίσωση:

$$(2x - 1)^2 - (x + 2)^2 = (x + 2)(x - 2) + x^2 - 2(5x - 2)$$

### **Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Να λύσετε το σύστημα:

$$2(2x - 3y) - (3x - 5y) = 1$$

$$3(x - 2) - 2(y + 1) = -4$$

### **Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και ΑΔ το ύψος του. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ είναι όμοια. Αν ΑΓ = 4 cm και ΒΓ = 5 cm, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΔ.

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

- A.** Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$  σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.
- B.** Να αποδείξετε ότι:  $\eta\omega^2 + \sigma\omega^2 = 1$ .

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

- A.** Συμπληρώστε την ισότητα  $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots$
- B.** Συμπληρώστε την ισότητα  $(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \dots\dots$
- Γ.** Να αποδείξετε ότι  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} + \frac{y}{2} = \frac{1}{3} \\ \frac{2y-1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{x+1}{3} \end{cases}$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:  $A = -7x + 7$  και  $B = x^3 - x$ .

Να απλοποιηθεί το κλάσμα  $\frac{A}{B}$ .

Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{A}{B} = -\frac{7}{2}$ .

**Άσκηση 3<sup>η</sup>**

Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ , προεκτείνουμε τη βάση  $B\Gamma$  κατά  $B\Delta = \Gamma E$ .

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.

Να συγκρίνετε τις αποστάσεις των  $B$  και  $\Gamma$  από τις  $A\Delta$  και  $A E$  αντίστοιχα.