

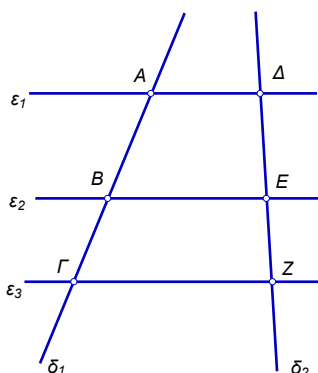
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πότε μια αλγεβρική παράσταση λέγεται μονώνυμο και από ποια μέρη αποτελείται;
- B.** Πότε δύο μονώνυμα λέγονται όμοια;
- Γ.** Τι λέγεται πολυώνυμο;

Θέμα 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε την πρόταση που είναι γνωστή ως θεώρημα του Θαλή.
- B.** Στο διπλανό σχήμα ισχύει ότι είναι $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \parallel \epsilon_3$. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν σύμφωνα με το θεώρημα του Θαλή.
- Γ.** Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να αποδείξετε την παρακάτω ισότητα:

$$(2x - 1)^2 - (x + 2)^2 - (2x - 1) \cdot (4x - 3) + x^2 \cdot (x - 1) = (x - 2)^3 - 10x + 2$$

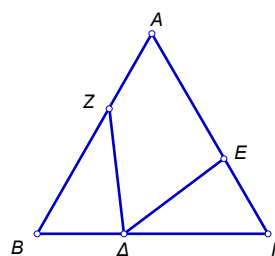
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{10 - 3x - 6x^2}{x^2 - 4} + \frac{2x^2 - 3}{x - 2} - \frac{2x^2}{x + 2} = 0$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Στην πλευρά ΒΓ παίρνουμε τμήμα ΒΔ, στην πλευρά ΑΓ παίρνουμε τμήμα ΓΕ και στην πλευρά ΑΒ παίρνουμε τμήμα ΑΖ, ώστε ΒΔ = ΓΕ = ΑΖ.



Να δείξετε ότι:

- A.** Τρίγωνο ΒΔΖ = Τρίγωνο ΔΕΓ
- B.** ΔΖ = ΔΕ.

ΘΕΩΡΙΑ

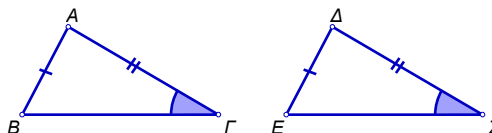
Θέμα 1^ο

A. Πότε λέμε ότι δύο τρίγωνα είναι ίσα; (ορισμός)

B. Γράψτε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.

Είναι τα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle EZ$ ίσα;

(δικαιολογήστε την απάντησή σας)



Θέμα 2^ο

A. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

β. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

γ. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

A. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$x^2 - 16 \text{ και } x^2 - 5x + 4$$

B. Να βρεθεί το Ε. Κ. Π. των παραστάσεων:

$$(x^2 - 16), (x^2 - 5x + 4), (4 - x)$$

Γ. Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{1}{x^2 - 16} + \frac{1}{4 - x} + \frac{1 - x}{x^2 - 5x + 4} = 0$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί το σύστημα:

$$2(y + x) - 3(y - 3) = x - 2y + 11$$

$$\frac{2x + y}{3} = y + x - 3$$

Άσκηση 3^η

Να αποδείξετε ότι: $\epsilon\phi^2 54^\circ \text{ συν}^2 54^\circ + \text{συν}^2 126^\circ = 1$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1°

A. Τι ονομάζεται μονώνυμο, από ποια μέρη αποτελείται, τι λέγεται βαθμός του μονωνύμου και πότε δύο μονώνυμα λέγονται όμοια; (Να δώσετε παραδείγματα).

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α. $(\alpha - \beta)^2 =$

β. $(\alpha + \beta)^3 =$

γ. $\alpha^2 - \beta^2 =$

δ. $\alpha^3 + \beta^3 =$

Γ. Να αποδείξετε τη δ.

Θέμα 2°

A. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας ω με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$. (Να κάνετε σχήμα)

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α. $\eta\mu 90^\circ =$ **β.** $\sigma\upsilon\nu 180^\circ =$ **γ.** $\epsilon\phi 0^\circ =$ **δ.** $\eta\mu 60^\circ =$ **ε.** $\sigma\upsilon\nu 45^\circ =$

στ. $\epsilon\phi 30^\circ =$ **ζ.** $\eta\mu 150^\circ =$ **η.** $\sigma\upsilon\nu 135^\circ =$ **θ.** $\epsilon\phi 120^\circ =$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

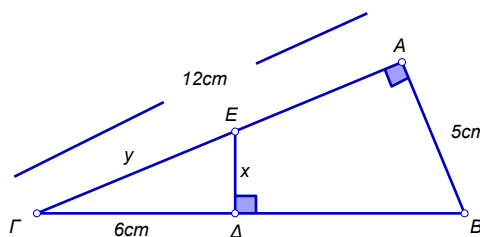
Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 5\text{cm}$,

$AG = 12\text{cm}$, $GD = 6\text{cm}$.

A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Gamma\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.

B. Να υπολογίσετε τα x , y και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

Γ. Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των δύο τριγώνων.



Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{3x + 2y}{2} = \frac{x + 4y}{6} + y + 2 \\ 2x - \frac{x + y}{3} = \frac{x + 5}{2} \end{cases}$$

Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα που βρήκατε.

Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{2}{x - 2} + \frac{x}{x + 1} + 1 = \frac{3}{x^2 - x - 2}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Τι γνωρίζετε για τη συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$; (σχήμα)

B. Έστω η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Τι παριστάνει;

Ποιες οι συντεταγμένες της κορυφής της; Πότε έχει ελάχιστο, πότε μέγιστο και ποιο είναι αυτό;

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπωθεί το Θεώρημα του Θαλή και σε σχήμα να γραφούν οι σχέσεις που το εκφράζουν.

B. Σε δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ έχουμε:

α. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\hat{B} = \hat{B}'$

β. $\alpha = \alpha'$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$

γ. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$

δ. $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$

Σε ποιες περιπτώσεις τα τρίγωνα είναι ίσα και γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

$$A = (x^2 - 3x + 1)^2 - 1$$

$$B = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

A. Να παραγοντοποιηθούν οι A, B.

B. Για ποιες τιμές του x έχει νόημα η παράσταση $\frac{A}{B}$ και κατόπιν να απλοποιηθεί.

Γ. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{A}{B} = -1$

Άσκηση 2^η

Έστω το σύστημα:

$$2x + 3y = 3\alpha + \beta$$

$$x - 2y = \alpha + 2\beta$$

Να προσδιοριστούν τα α , β αν το (Σ) έχει λύση $(x, y) = (2, 3)$.

Άσκηση 3^η

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνω τη βάση $B\Gamma$ και από τις δύο μεριές και παίρνω τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Αν M, N είναι τα μέσα των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δειχθεί ότι

$\Delta N = ME$. Αν η ΔN και η ME τέμνονται στο K και φέρω την KZ κάθετη στην ΔE , να δειχθεί ότι: το Z είναι μέσον της ΔE .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

β. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

γ. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

δ. $(\alpha - \beta) (\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την πρώτη και την τέταρτη ταυτότητα.

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$.

Να γράψετε τον τύπο της διακρίνουσας $\Delta = \dots\dots\dots$

α. Πότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις; Γράψτε τον τύπο των λύσεων.

β. Πότε η εξίσωση έχει μια διπλή λύση; Γράψτε τον τύπο της.

γ. Πότε η εξίσωση είναι αδύνατη;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{4}{x^2 - 1} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2 + x}$$

Άσκηση 2^η

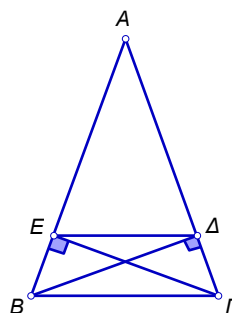
Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y}{3} = -1 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AG$. Από το μέσο Μ της βάσης ΒΓ, φέρνουμε τα τμήματα $M\Delta \perp AB$ και $ME \perp AG$. Να αποδείξετε ότι:

- A.** $M\Delta = ME$
- B.** Το τρίγωνο AΔΕ είναι ισοσκελές.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδειχτεί η ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3.$$

B. Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:

α. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \dots\dots\dots$

β. $\alpha^3 - \beta^3 = \dots\dots\dots$

γ. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

δ. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

A. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

B. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$9(x + 2)^2 - 18(2x + 3) = 8x + 14 + 4x(2x - 1).$$

Άσκηση 2^η

Αν για μία γωνία ω δίνεται $90^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, να υπολογιστούν το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και η

εφ ω .

Άσκηση 3^η

Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x + 6 = x - y \\ y + \frac{y - 2x}{3} = -4 \end{cases}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να αποδείξετε την ταυτότητα $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$.
- B.** Τι λέγεται παραγοντοποίηση;
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
- α.** Ισχύει $(a + \beta)^2 = a^2 + \beta^2$.
- β.** Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει δύο άνισες ρίζες αν $\Delta = 0$.
- γ.** Το πολυώνυμο $P(x) = 2010$ είναι μηδενικού βαθμού.
- δ.** Η εξίσωση $5x = 0$ είναι αδύνατη.
- ε.** Κλασματική λέγεται κάθε εξίσωση που περιέχει ένα τουλάχιστον κλάσμα.

Θέμα 2^ο

- A.** Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- B.** Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.
- β.** Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μια γωνία ίση, τότε είναι ίσα.
- γ.** Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A.** Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 5x - 2 = 0$.
- B.** Αν η πιθανότητα $P(A)$ ενός ενδεχομένου A είναι ρίζα της παραπάνω εξίσωσης να υπολογιστεί η $P(A')$. Αν ακόμη δίνονται $P(B) = \frac{1}{2}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ να υπολογίσετε την $P(A \cup B)$.

Άσκηση 2^η

Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{12}{13}$ να υπολογίσετε:

- A.** το $\sigma\upsilon\nu\omega$, **B.** την $\epsilon\phi\omega$, **Γ.** την τιμή της παράστασης $A = \frac{13\sigma\upsilon\nu\omega - 2\sigma\upsilon\nu 120^\circ}{5\epsilon\phi\omega}$

Άσκηση 3^η

- A.** Να λύσετε το σύστημα:

$$x - 5y = 5$$

$$2x + y = 54$$

- B.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $K = \sqrt{4 + \sqrt{x}} + \sqrt{14 + \sqrt{y}} - \sqrt{xy}$
όπου (x, y) η λύση του συστήματος του ερωτήματος **A**.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1°

- A.** Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη Σωστή ή Λάθος δίπλα στον αριθμό της κάθε ερώτησης.
- α.** Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία είναι ίσα.
- β.** Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.
- γ.** Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν δύο γωνίες και δύο πλευρές τους είναι ίσες μία προς μία.
- B. α.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Θαλή.
- β.** Αν είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και τέμνουν τις ευθείες δ_1, δ_2 στα σημεία A, B, Γ, και A', B', Γ', αντίστοιχα γράψτε την επόμενη ισότητα ορθά συμπληρωμένη: $\frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Θέμα 2°

- A.** Να αντιστοιχίσετε τις ταυτότητες της στήλης A με τα αντίστοιχα αναπτύγματα της στήλης B. Η αντιστοίχιση να γραφτεί στην κόλλα σας, γράφοντας δίπλα στο γράμμα της στήλης A τον αριθμό που αντιστοιχεί στη στήλη B, ως εξής:
 $A \rightarrow \dots, B \rightarrow \dots, \Gamma \rightarrow \dots, \Delta \rightarrow \dots$

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
A. $(\alpha + \beta)^3$	1. $(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$
B. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$	2. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
Γ. $(\alpha - \beta)^2$	3. $\alpha^3 + \beta^3$
Δ. $\alpha^3 - \beta^3$	4. $\alpha^2 - \beta^2$
	5. $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
	6. $(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

- B.** Να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Έστω γωνία ω με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$, για την οποία ισχύει $\text{συν}\omega = -\frac{3}{5}$.

- A.** Η γωνία ω είναι οξεία ή αμβλεία; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- B.** Να αποδείξετε ότι:
α. $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$ **β.** $\epsilon\phi\omega = -\frac{4}{3}$

- Γ.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{\epsilon\phi\omega - \text{συν}120^\circ}{\eta\mu\omega - \epsilon\phi135^\circ}$.

Άσκηση 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = (x + 2)^2 - 4(x + 5)$ και $B = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} : \frac{1}{6x - 6}$

- A.** Να αποδείξετε ότι: $A = x^2 - 16$
- B.** Να αποδείξετε ότι: $B = 6x$
- Γ.** Να λύσετε την εξίσωση: $A + B = 0$.

Άσκηση 3^η

Δίνεται το ακόλουθο σύστημα: $\begin{cases} (2x + 3)(x - 1) - y = 2x^2 + 1 \\ x - (y - 2)^2 = -y^2 + 20 \end{cases}$

- A.** Να αποδείξετε ότι μετά από πράξεις γράφεται στη μορφή: $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 4y = 24 \end{cases}$
- B.** Να λύσετε το σύστημα στη νέα μορφή.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$$(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots \text{ και } (a + \beta)(a^2 - a\beta + \beta^2) = \dots\dots\dots$$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(a - \beta)^3 = a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 - \beta^3$$

Θέμα 2^ο

A. Ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου και ποια είναι τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου;

B. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση:

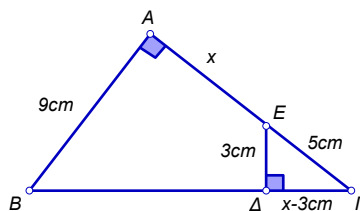
$$\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{x+1}{3x+6}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{4-5x}{6} \\ 2y - x = 3 \end{cases}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα ABΓ και EΔΓ είναι ορθογώνια με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{E}\Delta\Gamma = 90^\circ$. Επίσης δίνονται AB = 9cm, EΔ = 3cm, EΓ = 5cm, AE = x και ΔΓ = x - 3.



A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔEΓ είναι όμοια.

B. Να υπολογίσετε το x.

Γ. Να υπολογίσετε την πλευρά BΓ του τριγώνου ABΓ.