ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 6^{O}

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Δίνονται δύο σημεία $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου και υποθέτουμε ότι (x,y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ. Να αποδείξετε ότι: $x=\frac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\frac{y_1+y_2}{2}$.

Μονάδες 10

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. Δίνεται η ευθεία ε: $Ax+By+\Gamma=0$ με $A\neq 0$ ή $B\neq 0$. Τότε το διάνυσμα $\vec{u}(-B,A)$ είναι κάθετο στην ευθεία (ε).

Μονάδες 3

β. Για το εμβαδόν τριγώνου ισχύει $(AB\Gamma)=\frac{1}{2}\left|\det\left(\vec{A\Gamma},\vec{B\Gamma}\right)\right|$.

Μονάδες 3

γ. Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ διανύσματα με $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$ και $\lambda\in R^*$, τότε $(\lambda\vec{\alpha})\perp\vec{\beta}$.

Μονάδες 3

δ. Υπάρχουν κ, $\lambda\in Z$ ώστε $\lambda\cdot(\lambda+1)=2\kappa+1$.

Μονάδες 3

ε. Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2. Τότε $\lambda_1=\lambda_2$.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u}(5,-4)$ και $\vec{v}(1,0)$, το σημείο $A(-1,2)$ και τα σημεία Β και Γ που ορίζονται από τις ισότητες $\vec{AB}=\vec{u}-\vec{v}$ και $\vec{A\Gamma}=\vec{v}$.

Α. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ <u>δεν</u> είναι συνευθειακά και να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζουν.

Μονάδες 7

Β. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Γ. Αν $B(3,-2)$ και $\Gamma(0,2)$,

1. να βρεθούν οι συντεταγμένες σημείου Δ του επιπέδου ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 6

2. να υπολογιστεί η απόσταση του σημείου $K(-5,2)$ από την ευθεία ΒΓ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι ακέραιοι $\alpha=4\kappa+3$, $\beta=3\kappa+2$ όπου κ ακέραιος αριθμός

Α. Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού $5\alpha-2\beta$ με το 7.

Μονάδες 8

Β. Αν κ περιττός , να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\alpha+2\beta-1$ είναι πολλαπλάσιο του 4.

Μονάδες 8

Γ. Αν γ θετικός ακέραιος τέτοιος ώστε $\gamma|3\alpha$ και $\gamma|4\beta$, να υπολογιστεί ο αριθμός γ .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η παραβολή $C:\ y^2=16x$.

Α. Να προσδιορίσετε την εξίσωση της ευθείας (ε) η οποία διέρχεται από την εστία Ε της παραβολής και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon':\ 4x+3y+2006=0$.

Μονάδες 7

Β. Αν $\varepsilon:\ 4x+3y-16=0$, να προσδιορίσετε τα σημεία τομής Α και Β της ευθείας (ε) και της παραβολής C .

Μονάδες 9

Γ. Αν $A(1,4)$ και $B(16,-16)$ να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία αυτά είναι κάθετες, και το σημείο τομής τους βρίσκεται στη διευθετούσα της παραβολής.

Μονάδες 9

<u>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 7^{Ο}</u>

<u>ΘΕΜΑ 1^{Ο} :</u>

Α) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη ¨**Σωστό**¨ αν η πρόταση είναι **σωστή** και ¨**Λάθος**¨ αν η πρόταση είναι **λάθος** , δίπλα στο **γράμμα** που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $x\cdot y = x$ παριστάνει μία μόνο ευθεία του επιπέδου.

β. Η εξίσωση $y = |x|$ παριστάνει μία μόνο ημιευθεία.

γ. Τα σημεία (-2,2) και (4,2) του κύκλου $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$ είναι αντιδιαμετρικά.

δ. Οι κύκλοι $x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1 = 0$ και $x^2 + y^2 + 2x + 3y + \sqrt{2} = 0$ είναι ομόκεντροι.

ε. Μία παραβολή με άξονα συμμετρίας τον y΄y έχει πάντα εξίσωση της μορφής $x^2 = 2py$.

ζ **.** Η διευθετούσα της $x^2 = 4y$ είναι η y=-1 **.**

η. Η εξίσωση $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{\beta^2} = 1$ παριστάνει έλλειψη μόνο αν α>β.

θ. Οι ελλείψεις $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ **και** $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ είναι όμοιες.

ι . Αν $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ μη μηδενικά τότε $\dfrac{\vec{a}^{\,2}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{a}|^2} = \vec{\beta}$

κ . Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αν $\vec{a}\cdot\vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} = 0$ **ή** $\vec{\beta} = 0$**.**

(10Χ2=20 μονάδες)

Β) Να αποδείξετε ότι: Αν $a, \beta, \gamma \in Z$ με $\alpha \neq 0$, α/β και α/γ τότε α/β+γ.

(5 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ 2^{Ο}</u>

Δίνονται οι γραμμές $\varepsilon_1 : \lambda x + \lambda y = 2$ και $\varepsilon_2 : x - y = 2\lambda$, $\lambda \in R$.

α. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in R$ ώστε ε_1 να παριστάνει ευθεία. (5 μονάδες)

β. Για τις παραπάνω τιμές του **λ** να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των ευθειών ανήκει σε μια ισοσκελή υπερβολή **C .** (10 μονάδες)

γ. Να υπολογίσετε τις εστίες Ε΄ , Ε της υπερβολής **C .** (10 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ 3$^{\text{Ο}}$:</u>

Δίνεται ο κύκλος $C_1 : (x-a)^2 + y^2 = 4a^2$ και η παραβολή $C_2 : y^2 = 4ax$, όπου α>0.

α. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος C_1 έχει κέντρο την εστία της παραβολής C_2 και εφάπτεται στη διευθετούσα της . (10 μονάδες)

β. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος C_1 και η παραβολή C_2 τέμνονται στα σημεία Α(α ,2α) και Β(α,-2α) . (5 μονάδες)

γ . Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες τις παραβολής C_2 στα Α , Β είναι κάθετες και τέμνονται πάνω στη διευθετούσα. (10 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ 4$^{\text{Ο}}$:</u>

Δίνονται οι ευθείες : $\varepsilon_1 : \vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}x + \vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}y + \vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma} = 0$ και

$\varepsilon_2 : \vec{\alpha}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\alpha}}\vec{\beta}x + \vec{\beta}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\beta}}\vec{\gamma}y + \vec{\gamma}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\gamma}}\vec{\alpha} + 1 = 0$ όπου $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ είναι διανύσματα μη μηδενικά και ανά δύο μη συγγραμμικά .

α. Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ (8 μονάδες)

β. Να υπολογίσετε την απόσταση των ε_1 , ε_2 . (9 μονάδες)

γ. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ είναι μοναδιαία να εξετάσετε αν μπορεί η απόσταση των δύο ευθειών να είναι ίση με $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (8 μονάδες)

<u>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 8$^{\text{Ο}}$</u>

<u>ΘΕΜΑ 1ο</u>

Α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο $\mathrm{K}(x_0, y_0)$ και ακτίνα $\rho > 0$ είναι η : $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \rho^2$. **Μονάδες 10**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C : x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $\mathrm{A}(x_1, y_1)$ είναι η $xx_1 + yy_1 = \rho$.

β. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}=(-1,2)$ είναι κάθετο στην ευθεία $\varepsilon: -3x+6y-2008=0$.

γ. Αν $\left|\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|=\left|\vec{\alpha}\right|+\left|\vec{\beta}\right|$ τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.

δ. Η εξίσωση $2x^2+2y^2+\mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$ παριστάνει κύκλο αν $\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2-8\Gamma>0$.

ε. Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ του επιπέδου ισχύει $\vec{\alpha}\left(\vec{\beta}\vec{\gamma}\right)=\left(\vec{\alpha}\vec{\beta}\right)\vec{\gamma}$.

Μονάδες 5x3=15

ΘΕΜΑ 2ο

Θεωρούμε τα σημεία $\mathrm{A}(0,1)$, $\mathrm{B}(-2,3)$ και $\Gamma(4,-1)$.

Α. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β και Γ δεν είναι συνευθειακά.

Β. Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. **Μονάδες 8+9+8=25**

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η εξίσωση $\varepsilon_\lambda:\ (\lambda-1)x+(2-\lambda)y+4=0$, $\lambda\in R$.

Α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ε_λ παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό λ.

Β. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες ε_λ διέρχονται από σταθερό σημείο.

Γ. Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ μοναδιαία διανύσματα με $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{\pi}{3}$ και $\lambda=\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ τότε:

α. Να προσδιορίσετε την ευθεία ε που παριστάνει η εξίσωση ε_λ.

β. Αν η ευθεία $\varepsilon:\ x-3y-8=0$ εφάπτεται στον κύκλο $C:\ (x-\kappa)^2+(y+2)^2=\frac{1}{10}$, $\kappa\in R$ να προσδιορίσετε το κέντρο του κύκλου.

Μονάδες 6+7+6+6=25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-6x+4y+\lambda=0$, (1) $\lambda\in R$.

Α. Να προσδιορίσετε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο , και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του .

Β. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε ο κύκλος να έχει ακτίνα $\rho=1$.

Γ. Αν $\lambda=12$ και $\mathrm{M}(4,2)$, τότε :

α. Να αποδείξετε ότι το Μ είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου .

β. Να προσδιορίσετε τις εφαπτόμενες του κύκλου οι οποίες διέρχονται από το Μ . **Μονάδες 7+4+6+8=25**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 9^{Ο}

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α1. Να αποδείξετε ότι : αν $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$, $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$ και $\vec{\gamma}=(x_3,y_3)$ τότε

$\vec{\alpha}\cdot(\vec{\beta}+\vec{\gamma})=\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}$ **Μονάδες 10**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Για το εσωτερικό γινόμενο των $\vec{\alpha}\neq\vec{0}$ και $\vec{v}$ ισχύει : $\vec{\alpha}\cdot\vec{v}=\vec{\alpha}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\alpha}}\vec{v}$.

ii. Το διάνυσμα $\vec{\eta}=(\mathrm{A},\mathrm{B})$ είναι κάθετο στην ευθεία $\mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$.

iii. Αν $\alpha=\beta$ τότε η υπερβολή $\frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}=1$ λέγεται ισοσκελής.

iv. Αν $\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2-4\Gamma\geq 0$ τότε η εξίσωση $x^2+y^2+\mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$ παριστάνει κύκλο.

v. Η γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με τον άξονα $x'x$ παίρνει τιμές $0\leq\varphi<\pi$. **Μονάδες 10**

Γ. Τι ονομάζεται έλλειψη με εστίες με εστίες τα σημεία Ε και Ε' και ποια είναι η εξίσωσή της. **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 2º

Δίνονται τα σημεία $K(2,0)$ και $\Lambda(1,\sqrt{3})$.

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες και το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}=\overrightarrow{K\Lambda}$. **Μονάδες 6**

ii. Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=3$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{\pi}{3}$ να δείξετε οτι το γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=3$.

Μονάδες 6

iii. Αν $\overrightarrow{AB}=2\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=4\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$ οι πλευρές του τριγώνου $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$, να εκφράσετε τη διάμεσο $\overrightarrow{AM}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **Μονάδες 7**

iv. Αν $\overrightarrow{AM}=3\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου $\overrightarrow{AM}$. **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ 3º

Δίνεται η παραβολή $y^2=6x$. Να βρείτε :

i. Την εστία E και τη διευθετούσα της δ . **Μονάδες 8**

ii. Τις ευθείες που διέρχονται από την εστία της παραβολής και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 1. **Μονάδες 9**

iii. Την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής που είναι παράλληλη στην ευθεία $y=x+4$. **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ 4º

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2+4\mu x-2\mu y-3\left(\frac{4}{3}\mu^2-6\mu+3\right)=0,(1)$ με $\mu\in\mathbb{R}-\{1\}$

i. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε τιμή $\mu\in\mathbb{R}-\{1\}$.Να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου αυτού. **Μονάδες 8**

ii. Να δείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων που ορίζονται από την (1) ανήκουν σε ευθεία ε_1 της οποίας να βρείτε την εξίσωση. **Μονάδες 8**

iii. Αν $\mu=3$ να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $\mathrm{A}(-12,0)$ έτσι ώστε το κέντρο K του κύκλου να απέχει από αυτές απόσταση ίση με 6. **Μονάδες 9**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 10^{O}

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Αν $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και (x,y) οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ τότε να δείξετε ότι

$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$. **Μονάδες 10**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$, με $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$ και $\vec{\beta}\uparrow\downarrow\vec{\gamma}$ ισχύει $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\gamma}$.

β. Το διάνυσμα $\vec{\delta}=(\mathrm{A},\mathrm{B})$ είναι παράλληλο στην ευθεία $\varepsilon:\mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$.

γ. Αν $\vec{\alpha}+\vec{\beta}=\vec{0}$ τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ έχουν πάντα αντίθετους συντελεστές διεύθυνσης .

δ. Αν ο κύκλος με εξίσωση $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2$ εφάπτεται στον άξονα $y'y$ τότε ισχύει $|x_0|=\rho$.

ε. Αν $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$ με $\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta}$, $\lambda\in R$ και $\vec{\beta}\neq\vec{0}$ τότε $\begin{vmatrix} x_1 & \mathrm{y}_1 \\ x_2 & \mathrm{y}_2 \end{vmatrix}=0$. **Μονάδες 5x3=15**

ΘΕΜΑ 2ο

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και τους γραμμικούς συνδυασμούς τους $\vec{u} = -2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$, $\vec{v} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$ για τους οποίους ισχύει $\vec{u} = (0, \lambda)$ και $\vec{v} = (1,1)$. Έστω επίσης οι ευθείες $\varepsilon_1 : x + y + 2009 = 0$, $\varepsilon_2 : x + \lambda y + 2010 = 0$. Αν $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ τότε να δείξετε ότι:

1. **i)** $\lambda = -1$.

ii) $\vec{\alpha} = (1,2)$ και $\vec{\beta} = (2,3)$.

2. Να υπολογίσετε την γωνία των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.

Μονάδες (8+9)+8=25

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η εξίσωση $\varepsilon_\lambda :\ (\lambda - 2)x - (2\lambda + 1)y + 2 - \lambda = 0$, $\lambda \in R$.

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ε_λ παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό λ . Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες ε_λ διέρχονται από σταθερό σημείο Κ το οποίο και να προσδιορίσετε.

2. Να βρείτε την ευθεία της παραπάνω οικογένειας , η οποία είναι παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (6,8)$.

3. Έστω (ε) η ευθεία της οικογένειας για $\lambda = -2$, και (η) η ευθεία με εξίσωση $4x - 3y + \mu = 0$, $\mu \in R$.

α. να προσδιορίσετε τις τιμές του μ ώστε $d(\varepsilon, \eta) = 4$.

β. αν $\mu = -24$, $\mathrm{K}(1,0)$ και Λ, Μ τα σημεία στα οποία η ευθεία (η) τέμνει τους άξονες , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΚΛΜ .

Μονάδες 8+5+(6+6)=25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $C_\lambda : x^2 - 2\lambda x + y^2 = 0$, (1) $\lambda \in R$.

1. Να προσδιορίσετε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο , και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του .

2. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων του προηγούμενου ερωτήματος .

3. Να προσδιορίσετε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που προκύπτει από την (1) για $\lambda = 6$ οι οποίες διέρχονται από το $\text{M}(0,3)$.

Μονάδες 9+8+8=25

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 11$^{\text{O}}$

ΘΕΜΑ 1$^{\text{o}}$

Α.Να αποδείξετε ότι η εξίσωση κύκλου με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ είναι $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$. Μονάδες 11

Β. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. **Μονάδες 4**

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν det $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 1$.

β. Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ που διέρχεται από το σημείο του $A(x_1 ,y_1)$ είναι πάντα $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

γ. Η έλλειψη $\alpha^2x^2 + \beta^2y^2 = \alpha^2 \beta^2$ έχει τις εστίες της πάνω στον άξονα x΄x .

δ. Η έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\beta}$

ε. Η εξίσωση της παραβολής με εστία $\text{E}\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα $x = -\frac{p}{2}$ είναι $x^2=2py$. **Μονάδες 10**