ΘΕΜΑ 2ο

Β1) Το Α προκύπτει από τη λύση του (Σ) $\left.\begin{array}{l} y=2x+7 \\ y=\frac{1}{3}x+2 \end{array}\right\}$ $\underline{A.(-3,1)}$

Β2) Έστω $Γ(x_Γ, y_Γ)$ τότε $\frac{1}{2} = \frac{x_Γ - 3}{2}$, $3 = \frac{y_Γ + 1}{2}$ οπότε

$\underline{Γ.(4,5)}$ (Κ μέσο του ΑΓ)

Β3) Η ΒΓ//ΑΔ, διέρχεται από το Γ(4,5).

$y-5 = \frac{1}{3}\cdot(x-4)$, $λ_{ΒΓ} = λ_{ΑΔ} = \frac{1}{3}$

$\underline{3y - x - 11 = 0}$

Β4) $d_{(A,ΒΓ)} = \frac{|3\cdot 1+3-11|}{\sqrt{9+1}} = \frac{|-5|}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$ ≠ $\cancel{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}$

ΘΕΜΑ 3ο $A(6,-1)$ $B(4,5)$ $Γ(-2,3)$

Γ1) Μ μέσο ΒΓ οπότε $\underline{M.(1,4)}$, $\vec{AM} = (-5, 5) = 5\cdot(-1,1)$

$\vec{AP} = \frac{4}{5}\vec{AM} = \frac{4}{\cancel{5}}\cancel{5}(-1,1) = (-4,4)$. Έστω $P(x_P, y_P)$ τότε

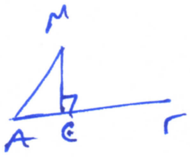
$\vec{AP} = (-4,4)$, $(x_P - 6, y_P + 1) = (-4,4)$ → $x_P - 6 = -4$, $x_P = 2$; → $y_P + 1 = 4$, $y_P = 3$

$\underline{P.(2,3)}$

Γ2) $\vec{PM} = (-1, 1)$, $\vec{PΓ} = (-4, 0)$

$συν(\vec{PM}, \vec{PΓ}) = \frac{\vec{PM}\cdot\vec{PΓ}}{|\vec{PM}||\vec{PΓ}|} = \frac{4}{\sqrt{2}\cdot 4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, γωνία 45°

Γ3)



$\vec{AΓ}\cdot\vec{AM} = \vec{AΓ}\cdot\vec{AE}$ αλλά $\vec{AE} = κ\cdot\vec{AΓ}$

$\vec{AΓ}\cdot\vec{AM} = κ\cdot\vec{AΓ}^2$, $\vec{AΓ}\cdot\vec{AM} = κ\cdot|\vec{AΓ}|^2$,

$(-8,4)\cdot(-5,5) = κ\cdot\sqrt{64+16}^{\,2}$, $40+20 = κ\cdot 80$, $κ = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$

άρα $\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AΓ}$.

Γ4) $(ΑΒΓ) = \frac{1}{2}|det(\vec{AB}, \vec{AΓ})| = \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ -8 & 4 \end{vmatrix}\right| = \frac{1}{2}|-8+48| = 20$ τ.

ΘΕΜΑ 4ο

Δ1) α) κύκλος: $λ^2 - 4 > 0$, $λ>2$ ή $λ<-2$, αλλά $λ = 5-μ$ οπότε

$5-μ>2$, $μ>7$ ή $5-μ<-2$, $μ<3$ $μ\in(-\infty,3)\cup(7,+\infty)$

β) $\frac{\sqrt{λ^2-4}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $λ^2-4=5$, $λ^2=9$, $λ=\pm 3$ (δύο κύκλοι. για $λ=3$, $λ=-3$)

Δ2) α) όταν $μ=2$ τότε $λ=3$ με $K(\frac{3}{2}, 0)$. Στο $A(1,1)$ η ευθεία έχει τη μορφή (ε) $y-1 = λ\cdot(x-1)$ (η $x=1$ όχι εφαπτ.) αλλά $λ_{εφ} = -\frac{1}{λ_{AK}} = \frac{1}{2}$.

οπότε $y-1 = \frac{1}{2}(x-1)$, $2y-2 = x-1$, $\underline{2y-x+1=0}$ $(ε_1)$

β) Η παραβολή $y^2 = 4x$ έχει $p=2$ και εξίσωση εφαπτ. στο $B(1,2)$ την $2y = 2\cdot(x+1)$ $\underline{y = x+1}$ $(ε_2)$ γ) Το (Σ) των $ε_1$ $ε_2$ δίνει λύση