Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφή το Α, έχουμε ΒΓ = 4 cm και ΑΒ = 7 cm. Να υπολογίσετε:

i. Το ύψος ΑΗ

ii. Το ύψος ΒΚ

2. ** Σε ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ ισχύει ΑΒ + ΑΓ = $2 + \sqrt{2}$. Να υπολογίσετε:

i. Την πλευρά ΑΒ

ii. Τη διαγώνιο ΑΓ

3. ** Ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) είναι περιγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, r). Αν η πλευρά ΑΒ = 16 cm και η ακτίνα r = 4 cm, να υπολογίσετε:

i. Την πλευρά ΒΓ του τριγώνου

ii. Την πλευρά ΑΓ του τριγώνου

4. ** Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ έχει ύψος ΑΗ. Αν ισχύει ΒΓ - ΑΗ = 12 cm, να υπολογίσετε:

i. Την πλευρά του

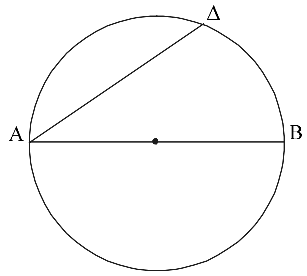
ii. Το ύψος του υ

5. ** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές 5α, 5β, 5γ είναι τρίγωνο ορθογώνιο.

6. ** Η διαφορά των τετραγώνων των δύο πλευρών τριγώνου ισούται με τη διαφορά των τετραγώνων των προβολών τους πάνω στην τρίτη πλευρά.

gkollias@sch.gr

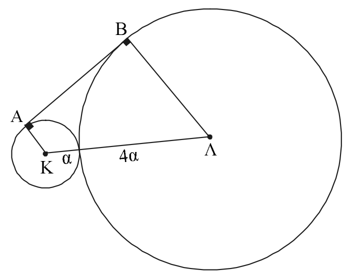
7. ** Στο διπλανό σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου και η ΑΔ τυχαία χορδή του. Να δείξετε ότι η ΑΔ είναι μέση ανάλογος της διαμέτρου ΑΒ και της προβολής της πάνω στη διάμετρο ΑΒ.



8. ** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε το ύψος ΒΔ. Να δείξετε ότι:
$(ΑΒ)^2 + (ΒΓ)^2 + (ΑΓ)^2 = (ΓΔ)^2 + 2\,(ΑΔ)^2 + 3\,(ΒΔ)^2$.

9. ** Δύο κύκλοι με ακτίνες α και 4α εφάπτονται εξωτερικά, όπως στο σχήμα. Αν ΑΒ είναι η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων:

i. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΚΛΒ είναι τραπέζιο.
ii. Να υπολογίσετε το μήκος ΑΒ συναρτήσει του α.



10. ** Δίνεται ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α. Να υπολογίσετε συναρτήσει του α:

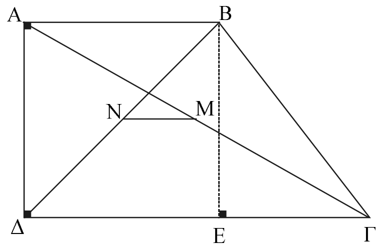
i. Το ύψος του υ
ii. Το ύψος υ΄ του ισόπλευρου τριγώνου, που η πλευρά του είναι ίση με το ύψος υ του πρώτου τριγώνου.

11. ** Η περίμετρος ενός ρόμβου είναι 84 m. Να υπολογιστούν οι διαγώνιοί του, αν γνωρίζουμε ότι η μία είναι τα $\frac{3}{5}$ της άλλης.

12. ** Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος Μ και Ν είναι τα μέσα των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

i. $ΜΝ = \frac{ΕΓ}{2}$

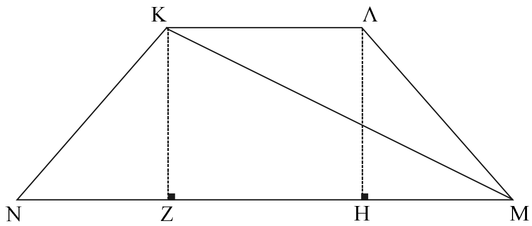
ii. $ΒΓ^2 - ΑΔ^2 = 4ΜΝ^2$.



13. ** Στο ισοσκελές τραπέζιο ΚΛΜΝ να δείξετε:

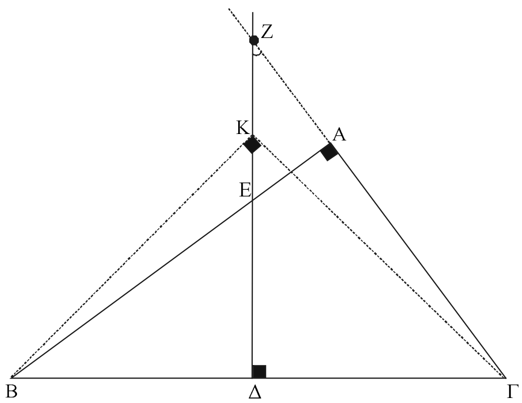
i. ΖΝ = ΗΜ

ii. $ΚΜ^2 - ΚΝ^2 = ΚΛ \cdot ΜΝ$



14. ** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$) η $ΑΒ = \frac{3}{4}ΑΓ$. Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου, να δείξετε ότι $ΔΒ = \frac{9}{16}ΔΓ$.

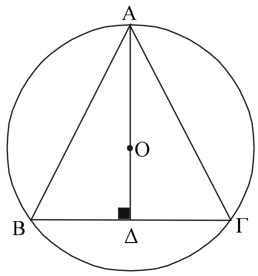
15. ** Έστω Δ τυχαίο σημείο στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ του διπλανού σχήματος. Η κάθετη στο Δ τέμνει την ΑΒ στο Ε και την προέκτασή της ΑΓ στο Ζ. Αν Κ σημείο της ΔΖ τέτοιο ώστε $Β\hat{Κ}Γ = 90°$, να δείξετε:



i. $ΔΚ^2 = ΔΒ \cdot ΔΓ$

ii. $ΔΚ^2 = ΔΖ \cdot ΔΕ$

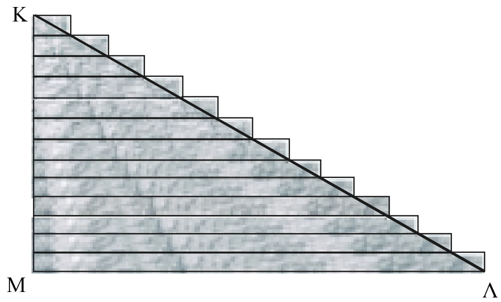
16. ** Σ’ ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η βάση του ΒΓ και το ύψος του ΑΔ έχουν το ίδιο μήκος 8 cm. Να υπολογιστεί η ακτίνα R του περιγεγραμμένου του κύκλου.



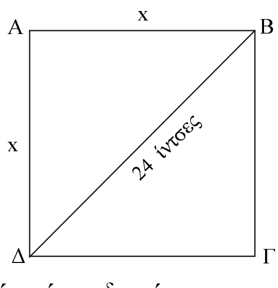
17. ** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$, να δείξετε ότι $\dfrac{A\Gamma^2}{AB^2} = 3$.

18. ** Στην προέκταση της πλευράς ΑΒ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε ΔΒ = ΑΒ. Φέρνουμε το ύψος ΓΕ. Αν ισχύει ΑΒ = 4ΒΕ, να δείξετε ότι $\Gamma\Delta^2 = B\Gamma^2 + \dfrac{3}{2}A\Gamma^2$.

19. ** Να υπολογίσετε την απόσταση ΚΛ της τσιμεντένιας σκάλας, αν το πλάτος κάθε σκαλοπατιού είναι 40 cm και το ύψος του 30 cm.



20. ** Να υπολογίσετε (σε ίντσες) την πλευρά τετράγωνης οθόνης τηλεόρασης 24 ιντσών.



Σημείωση: *Με την έκφραση «τηλεόραση α ιντσών» εννοούμε ότι η διαγώνιος της οθόνης είναι α ίντσες.*

21. ** Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ (ως προς τις γωνίες του) του οποίου οι πλευρές γ, β, α, είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 4, 5 και 6 αντιστοίχως. Αν ΑΔ είναι η προβολή της πλευράς γ πάνω στη β, να δείξετε ότι $ΑΔ = \frac{α+β+γ}{30}$.

22. ** Ένα τρίγωνο έχει πλευρές με μήκη 2, $1 + \sqrt{3}$, $\sqrt{6}$. Να δείξετε ότι η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά με μήκος $\sqrt{6}$ είναι 60°.

23. ** Ενός τριγώνου ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι 5 cm, 3 cm και 7 cm.
i. Να προσδιοριστεί το είδος του ως προς τις γωνίες του.
ii. Να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία του τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά του.

24. ** Στη βάση ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ = 11 παίρνουμε σημείο Δ, τέτοιο ώστε να είναι ΒΔ = 3 και ΔΓ = 7. Να υπολογίσετε το ΑΔ.

25. ** Να βρείτε το είδος του τριγώνου αν έχει διαμέσους με μήκη 3, 4, 5.

26. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ > ΑΒ και ορθόκεντρο Η να δείξετε ότι:
$ΗΓ^2 - ΗΒ^2 = ΑΓ^2 - ΑΒ^2$.

27. ** Αν κ, λ, $\sqrt{κ^2 + λ^2 - κλ}$ είναι τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου, να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά που έχει μήκος $\sqrt{κ^2 + λ^2 - κλ}$.

28. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι αν $μ_β < μ_γ$, τότε β > γ.

gkollias@sch.gr

29. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 120°$. Αν ΒΔ είναι το ύψος του, τότε να δείξετε ότι:

i. $ΑΔ = \frac{γ}{2}$

ii. $α^2 = β^2 + γ^2 + βγ$

30. ** Οι πλευρές ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι: ΑΒ = 3 cm, ΒΓ = 5 cm, ΑΓ = 7 cm.

i. Να δείξετε ότι η γωνία Β είναι αμβλεία.

ii. Να υπολογίσετε την προβολή ΒΔ της πλευράς ΑΒ πάνω στη ΒΓ.

iii. Να υπολογίσετε τη γωνία Β.

31. ** Για τις βάσεις ΑΒ και ΓΔ τραπεζίου ΑΒΓΔ έχουμε ΓΔ = 2ΑΒ. Να δείξετε ότι $ΑΓ^2 + ΒΔ^2 = ΒΓ^2 + ΓΔ^2 + ΔΑ^2$.

32. ** Σε κύκλο (Κ, R) παίρνουμε σημείο Μ μιας χορδής ΑΒ. Να δείξετε ότι $ΚΜ^2 + ΜΑ \cdot ΜΒ = R^2$.

33. Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) να αποδείξετε ότι: $μ_α = \frac{α}{2}$.

34. ** Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α να αποδείξετε ότι το ύψος του ισούται με $\frac{α\sqrt{3}}{2}$.

35. ** Θεωρούμε το τρίγωνο ΑΒΓ και τη διάμεσό του ΑΜ. Παίρνουμε το μέσο Λ του ΒΜ και το μέσο Ν του ΜΓ. Αν είναι ΑΒ = γ, ΑΓ = β, ΒΓ = α, ΑΛ = ν και ΑΝ = λ, να αποδείξετε ότι: $β^2 + γ^2 = ν^2 + λ^2 + \frac{3α^2}{8}$.

36. ** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών ενός τετραπλεύρου είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων του.

37. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ παίρνουμε πάνω στη βάση του ΒΓ τα σημεία Δ και Ε ώστε ΒΔ = ΔΕ = ΕΓ. Να δείξετε ότι: $AB^2 + 2A\Gamma^2 = 3AE^2 + 6\Delta E^2$.

38. ** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90°$) να δειχθεί ότι:

i. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8\mu_\alpha^2$

ii. $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$

39. ** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ οι διάμεσοι μ_β και μ_γ τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι: $\beta^2 + \gamma^2 = 5\alpha^2$.

40. ** Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90°$ και το G είναι το κέντρο βάρους του. Να αποδείξετε ότι:

i. $\mu_\alpha^2 + \mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = \frac{3}{2}\alpha^2$

ii. $GA^2 + GB^2 + G\Gamma^2 = \frac{2}{3}\alpha^2$

41. ** Αν $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με διαμέσους μ_α, μ_β, μ_γ είναι ορθογώνιο.

42. ** Αν α, β, γ, δ είναι διαδοχικές πλευρές του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ με α > β, γ > δ, να αποδείξετε ότι η διαφορά $(\alpha^2 + \gamma^2) - (\beta^2 + \delta^2)$ ισούται με το διπλάσιο της μιας διαγωνίου επί την προβολή της άλλης πάνω σ' αυτήν.

gkollias@sch.gr

43. ** Για κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι:

$16\,(\mu_\alpha^2\,\mu_\beta^2 + \mu_\beta^2\,\mu_\gamma^2 + \mu_\alpha^2\,\mu_\gamma^2) = 9\,(\alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2)$

44. ** Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ = ΒΓ. Να αποδείξετε ότι: $ΑΔ^2 = ΑΓ^2 + 2ΒΓ^2$.

45. ** Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και τη γωνία του Α αμβλεία. Να αποδείξετε ότι: $ΒΓ^2 = 2ΑΓ\cdot ΔΓ$, όπου Δ η προβολή του Β πάνω στην ΑΓ.

46. ** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$). Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ και προς την ΑΜ στο σημείο Μ κάθετη ευθεία που τέμνει την ΑΓ στο Σ. Να αποδείξετε ότι: $ΣΒ^2 + ΣΓ^2 = 2ΣΑ^2$.

47. ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της ΒΓ παίρνουμε σημείο Ε, ώστε $ΓΕ = \frac{\alpha}{2}$. Να αποδείξετε ότι: $ΑΕ^2 = 3\beta^2 + \gamma^2 - 3\,\mu_\alpha^2$.

48. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια διάμετρό του ΑΒ και τα σημεία Γ και Δ της ΑΒ ώστε ΟΓ = ΟΔ = δ. Αν Ρ είναι τυχαίο σημείο του κύκλου (Ο, R) και Ε, Ζ οι τομές των ΡΓ και ΡΔ αντιστοίχως με τον κύκλο, να αποδείξετε ότι:

i. $ΔΖ = \frac{R^2 - \delta^2}{ΔΡ}$ και $ΓΕ = \frac{R^2 - \delta^2}{ΓΡ}$ $(\delta < R)$

ii. $\frac{ΓΡ}{ΓΕ} + \frac{ΔΡ}{ΔΖ}$ = σταθερό.

49. ** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$). Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ κατά ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ = ΒΓ. Να αποδείξετε ότι: $ΓΔ^2 = 2ΒΓ\cdot ΑΔ$.

50. ** Σε κύκλο (O, R) είναι εγγεγραμμένο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Από το Α φέρνουμε τυχούσα ευθεία η οποία τέμνει την ΒΓ στο Δ και τον κύκλο στο Ε. Να δείξετε ότι:

i. $AB^2 = A\Delta \cdot AE$

ii. ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία Β, Δ, Ε εφάπτεται στην ΑΒ.

51. ** Σε κύκλο ακτίνας R = 15 cm παίρνουμε σημείο Γ που απέχει από το κέντρο 10 cm. Μια χορδή ΑΒ διέρχεται από το Γ και είναι ΑΓ = 3ΓΒ. Να βρεθεί το μήκος της χορδής.

52. ** Από σημείο Ρ εκτός κύκλου φέρνουμε την εφαπτόμενη ΡΑ και την τέμνουσα ΡΒΓ του κύκλου. Να δειχθεί ότι:

i. Το τρίγωνο ΡΑΒ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΡΓΑ.

ii. $\dfrac{AB^2}{A\Gamma^2} = \dfrac{PB}{P\Gamma}$

53. ** Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τα ύψη ΑΔ, ΒΕ που τέμνονται στο Η.

i. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΔΒ είναι εγγράψιμο σε κύκλο.

ii. Να δείξετε ότι $AB^2 = BH \cdot BE + AH \cdot A\Delta$.

54. ** Με πλευρά τη χορδή ΑΒ = α κύκλου (O, R) κατασκευάζουμε τετράγωνο ΑΒΓΔ που η πλευρά του ΒΓ δεν έχει σημείο εσωτερικό του κύκλου. Αν το εφαπτόμενο τμήμα ΓΕ του κύκλου είναι ΓΕ = 2α, να βρείτε το R.

55. ** Κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Αν τα ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο Ρ και ΡΑ = 9 cm, ΡΒ = 10 cm, ΡΓ = 15 cm, να υπολογιστεί η πλευρά ΓΔ και η εφαπτόμενη ΡΣ του κύκλου.

gkollias@sch.gr

56. ** Δυο κύκλοι λέγονται ορθογώνιοι ή ότι τέμνονται κάθετα, όταν η γωνία των εφαπτομένων τους σ' ένα από τα σημεία τομής τους είναι ορθή. Να αποδείξετε ότι:

i. Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να τέμνονται δύο κύκλοι κάθετα είναι το τετράγωνο της διακέντρου τους να είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των ακτίνων τους.

ii. Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι δύο κύκλοι (O_1, R_1) και (O_2, R_2) ορθογώνιοι είναι: η δύναμη του κέντρου του O_1 ως προς τον κύκλο O_2 να ισούται με το τετράγωνο της ακτίνας του O_1, δηλαδή: $\Delta^{O_1}_{(O_2, R_2)} = R_1^2$.

57. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια σταθερή διάμετρό του ΑΒ και μια σταθερή ευθεία $\varepsilon \perp AB$. Αν η ευθεία ε τέμνει τυχαία χορδή ΑΓ του κύκλου στο σημείο Σ, να αποδείξετε ότι: $A\Sigma \cdot A\Gamma$ = σταθερό.

58. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια διάμετρο αυτού ΑΒ και ένα σημείο Ρ στην προέκταση της ΒΑ. Φέρνουμε την εφαπτομένη ΡΓ και την κάθετη στο Ρ προς την ΑΒ που τέμνει τη ΒΓ στο Δ. Να αποδείξετε ότι:
$PB^2 = P\Gamma^2 + B\Gamma \cdot B\Delta$.

59. ** Να αποδείξετε ότι τα σημεία που ισαπέχουν απ' το κέντρο του κύκλου, έχουν την ίδια δύναμη ως προς τον κύκλο αυτό.

60. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R) και μια διάμετρό του ΑΒ. Γράφουμε μια χορδή ΓΔ του κύκλου που τέμνει την ΑΒ στο σημείο Ε έτσι ώστε $A\hat{E}\Delta = 45°$. Να αποδείξετε ότι: $AE \cdot EB + 2OZ^2 = R^2$, όπου Ζ η προβολή του Ο στην ΓΔ.

61. ** Δυο κύκλοι (Ο, R) και (Ο΄, R΄) τέμνονται στα σημεία Α και Β. Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα, που γράφονται από τυχαίο σημείο της προέκτασης του ΑΒ προς τους δύο κύκλους είναι ίσα.

62. ** Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τον περιγεγραμμένο του κύκλο. Η διάμεσος του τριγώνου ΑΜ προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε.

i. Να υπολογίσετε το γινόμενο ΑΜ·ΜΕ συναρτήσει του α.

ii. Να υπολογίσετε το γινόμενο ΑΜ·ΜΕ συναρτήσει των β, γ και του μ_α.

63. ** Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα R. Μέσα στον κύκλο παίρνουμε σταθερό σημείο Α και κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με υποτείνουσα τη χορδή ΒΓ. Αν Μ είναι το μέσο της μεταβλητής της υποτείνουσας ΒΓ και Δ το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΚΑ, να δείξετε ότι:

i. $AM^2 + KM^2 = R^2$

ii. ΜΔ = σταθερό

64. ** Επί ενός κύκλου λαμβάνουμε τα σημεία Α, Β, Γ και Δ. Τα ευθύγραμμα τμήματα ή οι φορείς που ορίζουν τα τέσσερα αυτά σημεία τέμνονται το πολύ σε τρία σημεία. Να γράψετε όλες τις σχέσεις, που συνδέουν τις αποστάσεις των σημείων τομής από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ.

65. ** Με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ γράφουμε κύκλο τυχαίας ακτίνας. Αν Ρ σημείο του κύκλου, να δείξετε ότι: $PA^2 + PB^2 + P\Gamma^2 + P\Delta^2$ = σταθερό.

gkollias@sch.gr

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΟΠΟΙ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

(με τη χρήση αβαθμολόγητου χάρακα και διαβήτη)

1. ** Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ που έχουν την ιδιότητα $MA^2 + MB^2 = 50\lambda^2$, όταν τα Α και Β είναι σταθερά σημεία, ώστε ΑΒ = 6λ, όπου λ δοσμένο ευθύγραμμο τμήμα.

2. ** Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ, που έχουν την ιδιότητα $MA^2 - MB^2 = 2\lambda^2$ όταν ΑΒ = 2λ (Α, Β σταθερά).

3. ** Να βρεθεί σημείο Ρ του τόξου μιας χορδής ΑΒ ώστε να είναι: $\frac{PA}{PB} = \frac{\mu}{\nu}$.

4. ** Να κατασκευασθεί το ευθύγραμμο τμήμα x ώστε $x^2 = 2\alpha^2 + \beta^2$, όταν α, β είναι δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα.

5. ** Να λυθεί γεωμετρικά το σύστημα: $\left.\begin{matrix} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{matrix}\right\}$.

6. ** Δίνονται δύο σημεία Α και Β εκτός της ευθείας ε, η ευθεία ε και ο λόγος $\frac{\mu}{\nu}$. Να βρεθούν τα σημεία Μ της ευθείας ε, ώστε να είναι $\frac{MA}{MB} = \frac{\mu}{\nu}$.

7. ** Δίνονται δύο σταθερά σημεία Α και Β εκτός της ευθείας ε και η ευθεία ε. Να βρεθεί σημείο Μ της ευθείας ε, ώστε το άθροισμα $MA^2 + MB^2$ να είναι ελάχιστο.

gkollias@sch.gr

gkollias@sch.gr