**ΘΕΜΑ 3^ο**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με $ΑΒ=2ΒΓ$. Θεωρούμε $Μ$, $Ν$ τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$, $ΓΔ$ αντίστοιχα και τμήμα $ΑΕ$ κάθετο προς την $ΒΓ$.

Να δείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $ΜΒΓΝ$ είναι ρόμβος.

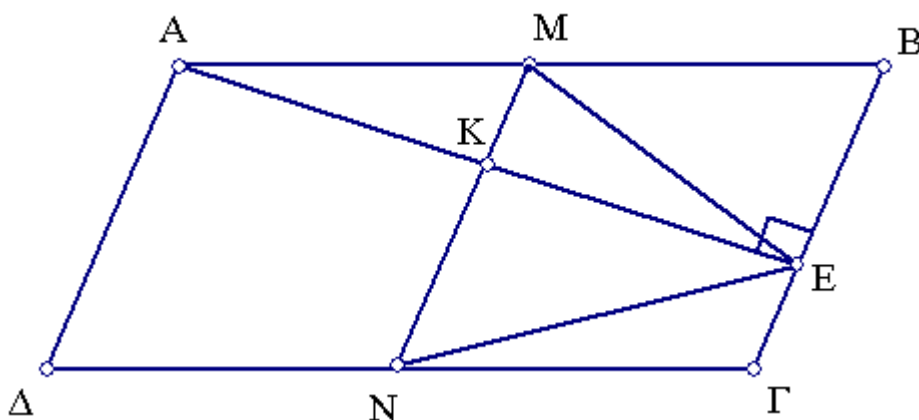
(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

β) Το τρίγωνο $ΜΕΝ$ είναι ισοσκελές.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

γ) Αν $Κ$ το σημείο τομής των $ΑΕ$ και $ΜΝ$ ισχύει $ΚΝ = \frac{ΑΒ - ΕΒ}{2}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)



Θ Ε Μ Α 4°

Έστω τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$) με βάσεις $ΑΒ$ και $ΔΓ$ τέτοιες ώστε:

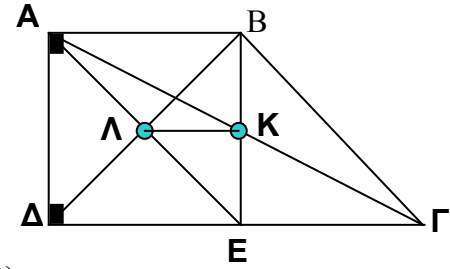
$ΓΔ = 2ΑΒ$ και $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$. Αν $ΒΕ$ το ύψος του τραπέζιου τότε:

α) Να δείξετε ότι: $\hat{\Gamma} = 45^\circ$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

β) Να δείξετε ότι $ΑΕ = ΒΔ$ και $ΑΕ \perp ΒΔ$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

γ) Αν $Κ$ το μέσο της $ΑΓ$ και $Λ$ το σημείο τομής

των $ΑΕ, ΒΔ$ να δείξετε ότι: $ΛΚ = \frac{ΔΓ}{4}$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 21°Θ Ε Μ Α 1°

A. α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος $ΑΜ$ ορθογωνίου τριγώνου $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) που φέρνουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινούς.

β) Να δώσετε τον ορισμό του παραλληλογράμμου και να γράψετε τις ιδιότητές του.

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Τα τμήματα με μήκη 6,3,9 σχηματίζουν τρίγωνο.

β) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) η διάμεσος $ΑΜ$ είναι ίση με την $ΑΒ$ τότε $\hat{B} = 30^\circ$

γ) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΚΛΜ$ έχουν τις βάσεις τους $ΒΓ$ και $ΛΜ$ ίσες και $\hat{K} = \hat{A}$ τότε είναι ίσα

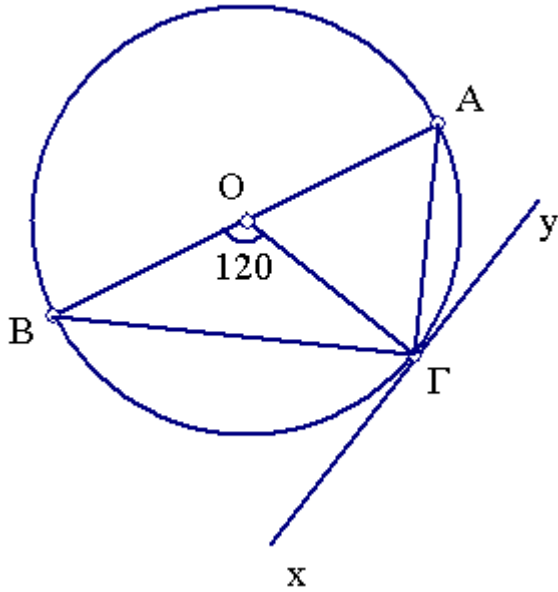
δ) Σε ένα τραπέζιο οι βάσεις του έχουν μήκη 5 και 3 τότε η διάμεσος του ισούται με 4.

ε) Έστω (K,R) και $(Λ,ρ)$ δυο κύκλοι που εφάπτονται εσωτερικά και $δ$ η διάκεντρός τους τότε ισχύει $δ=R-ρ$

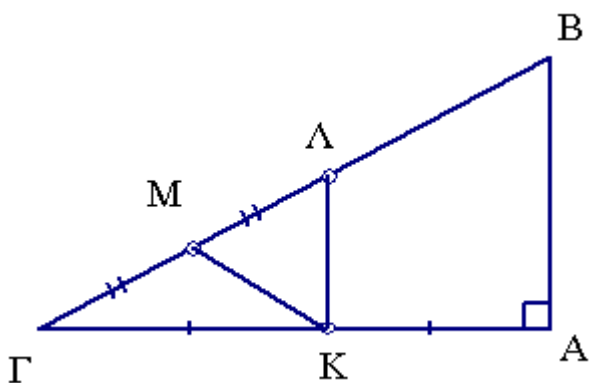
Θ Ε Μ Α 2°

A. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας κύκλος (O, R) , xy είναι μία εφαπτομένη του στο σημείο $Γ$ και η γωνία $Β\hat{O}Γ$ ισούται με 120° :

- α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{B\Gamma x}$, $\widehat{A\Gamma y}$ και $\widehat{A\Gamma B}$.
 β) Να υπολογίσετε το μέτρο των τόξων $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{B\Gamma}$
 γ) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma=R$.



B. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, K μέσο της $A\Gamma$, M μέσο της $\Lambda\Gamma$ και $K\Lambda \parallel AB$. Αν $AB=9$ και $B\Lambda=7,5$ να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $K\Lambda$ και KM .

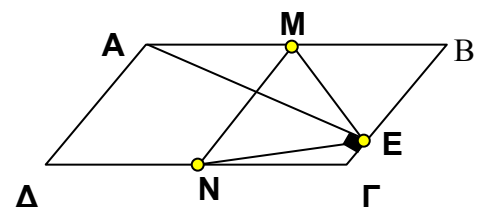


Θ Ε Μ Α 3°

Δίνεται παρ/μο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$. Θεωρούμε M , N τα μέσα των πλευρών AB , $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα και τμήμα $A\epsilon$ κάθετο προς την $B\Gamma$.

Να δείξετε ότι:

- α) το τετράπλευρο $MB\Gamma N$ είναι ρόμβος.



β) το τρίγωνο ΜΕΝ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$) με βάσεις ΑΒ και ΔΓ τέτοιες ώστε:

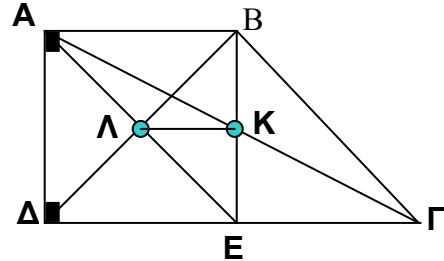
$\Gamma\Delta = 2AB$ και $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$. Αν ΒΕ το ύψος του τραpezίου

τότε: α) Να δείξετε ότι: $\hat{\Gamma} = 45^\circ$.

β) Να δείξετε ότι $AE = BD$ και $AE \perp BD$.

γ) Αν Κ το μέσο της ΑΓ και Λ το σημείο τομής

των ΑΕ, ΒΔ να δείξετε ότι: $ΛΚ = \frac{\Delta\Gamma}{4}$



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 22^ο

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου ισούται με 180°

(Μονάδες 10)

B. Τι ονομάζουμε τραπέζιο και πότε αυτό λέγεται ισοσκελές (Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ η διάμεσος $AM = AB$ τότε $\hat{B} = 30^\circ$

β) Δύο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία είναι και μεταξύ τους κάθετες

γ) Η διχοτόμος μιας γωνίας προσκείμενη στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι πάντοτε ύψος και διάμεσος.

δ) Αν δύο κύκλοι με ακτίνες R και ρ εφάπτονται εξωτερικά τότε η διάκεντρος ισούται με το άθροισμα των ακτίνων τους $R + \rho$

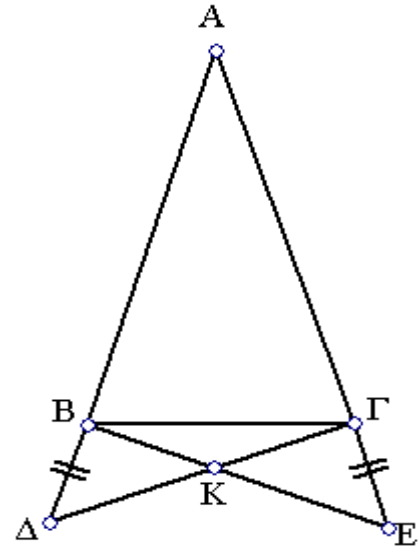
ε) Αν ένα τετράπλευρο έχει τις διαγώνιες του ίσες τότε κατ' ανάγκη είναι ορθογώνιο

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$). Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές AB και AG κατά τμήματα BD και GE αντίστοιχα, έτσι ώστε $BD=GE$. Αν K το σημείο τομής των BE και GD τότε να αποδείξετε

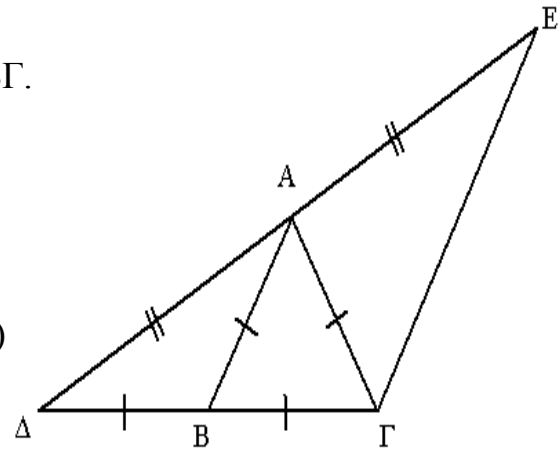
- α) $BE=GD$. (Μονάδες 12)
 β) Το τρίγωνο BKG είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

**ΘΕΜΑ 3°**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABG . Προεκτείνουμε τη GB κατά τμήμα $BD = BG$ και τη GA κατά τμήμα $AE = GA$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο ADG είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)
 β) $AB \parallel GE$. (Μονάδες 8)
 γ) Το τρίγωνο EDG είναι ισοσκελές



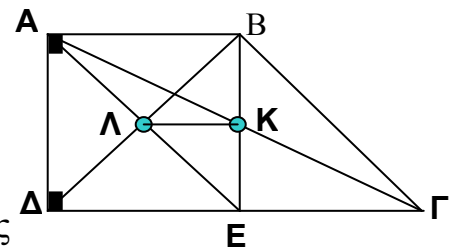
(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τραπέζιο $ABGD$ ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) με βάσεις $AB \parallel \Delta\Gamma$ τέτοιες ώστε: $\Gamma\Delta = 2AB$ και $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$.

Αν BE το ύψος του τραπέζιου τότε:

- α) Να δείξετε ότι: $\hat{\Gamma} = 45^\circ$. (Μονάδες 8)
 β) Να δείξετε ότι: $AE = B\Delta$ και $AE \perp B\Delta$ (Μονάδες 9)
 γ) Αν K το σημείο τομής των AG , BE και Λ το σημείο τομής



των AE , $B\Delta$ να δείξετε ότι: $AK = \frac{\Delta\Gamma}{4}$. (Μονάδες 8)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 23^οΘΕΜΑ 1^ο :

A) Να αποδείξετε ότι : Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίση με το μισό της .

(13 μονάδες)

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν ,γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη "Σωστό" αν η πρόταση είναι σωστή και "Λάθος" αν η πρόταση είναι λάθος , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα.

β. Το τετράγωνο είναι ο ρόμβος με διαγώνιες ίσες.

γ. Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

δ. Βαρύκεντρο ονομάζουμε το σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου.

ε. Το ισοσκελές τραπέζιο έχει διαγώνιες ίσες .

στ. Το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι και

διάμεσος και διχοτόμος .

(6X2=12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνεται $AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB=A\Gamma$) τρίγωνο .Αν $B\Delta$ και ΓE οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ και K σημείο τομής αυτών των διχοτόμων να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $\hat{A}B\Delta$, $\hat{A}\Gamma E$ είναι ίσα. (10 μονάδες)

β) Το τρίγωνο $\hat{K}B\Gamma$ είναι ισοσκελές (8 μονάδες)

γ) $EK=K\Delta$ (7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο :

Έστω η γωνία $\widehat{XO\Psi}$ και από ένα εσωτερικό της σημείο M φέρουμε τις MK και ML κάθετες στις OX και $O\Psi$ αντίστοιχα .Αν Θ το μέσο της OM και H το μέσο της KL να αποδείξετε τα παρακάτω:

α. $K\Theta=\Theta L$ (13 μονάδες)

β. ΘH είναι κάθετος στη KL ($\Theta H \perp KL$) (12 μονάδες)

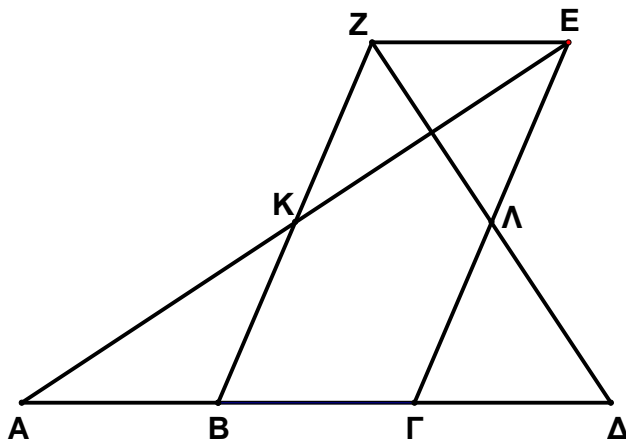
ΘΕΜΑ 4^ο:

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta=3/2AB$. Αν E, Z, H είναι τα μέσα των $AB, B\Gamma$ και ΔE αντίστοιχα και η προέκταση της AH τέμνει τη $\Gamma\Delta$ στο Θ , να αποδείξετε τα παρακάτω:

- α. $AE=\Delta\Theta$. (8 μονάδες)
 β. $HZ//AB$. (10 μονάδες)
 γ. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο. (7 μονάδες)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 24^ο(προτεινόμενα)**ΘΕΜΑ 1^ο**

Έστω τέσσερα διαδοχικά συνευθειακά σημεία έτσι ώστε $AB=B\Gamma=\Gamma\Delta$. Από τα B και Γ φέρνουμε στο ίδιο ημιεπίπεδο τα παράλληλα τμήματα $BZ // \Gamma E$ ώστε $BZ=\Gamma E=2B\Gamma$ (όχι κάθετα στην $B\Gamma$) και ονομάζουμε K και Λ τα σημεία τομής των BZ και ΓE με τα τμήματα AE και ΔZ αντίστοιχα.



Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $B\Gamma E Z$ είναι παραλληλόγραμμο (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 β) Τα K και Λ είναι μέσα των τμημάτων AE και ΔZ (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 γ) Τα τμήματα AE και ΔZ είναι κάθετα μεταξύ τους (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 2^ο

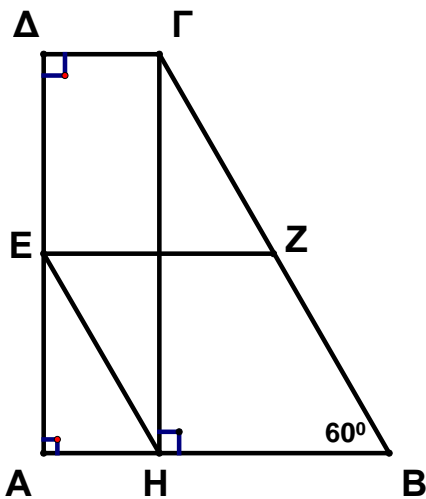
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $A = 90^\circ$ και η γωνία Γ είναι πενταπλάσια της γωνίας B . Φέρνουμε το ύψος $A\Delta$ και την διάμεσο AM του τριγώνου $AB\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Η γωνία $B = 15^\circ$ (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 β) Το τρίγωνο ABM είναι ισοσκελές (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 γ) $B\Gamma = 4A\Delta$ (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

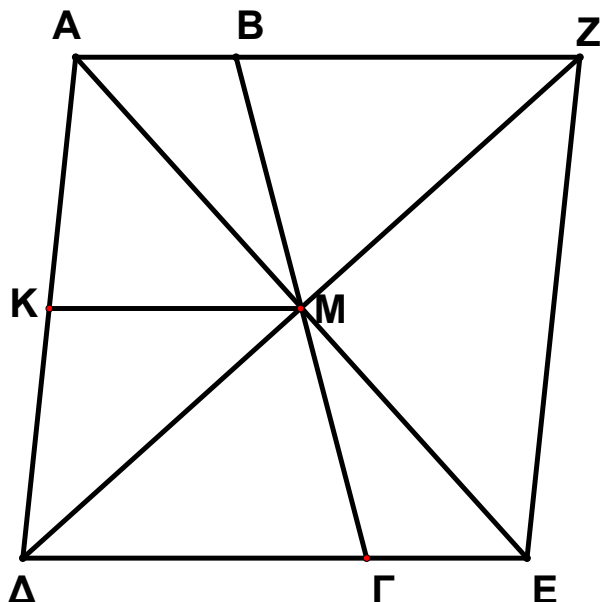
ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με γωνίες $A = \Delta = 90^\circ$, $AB > \Gamma\Delta$, $B\Gamma = 4\Gamma\Delta$ και $B = 60^\circ$. Φέρνουμε την ΓH κάθετη στην AB (H πάνω στην AB) και θεωρούμε τα μέσα E και Z των πλευρών του $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.



Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 β) $HB = EZ$ (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
 γ) Το τετράπλευρο $EHBZ$ είναι παραλληλόγραμμο (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta = AB + \Gamma\Delta$ και $AB < \Gamma\Delta$.

Έστω K, M τα μέσα των $A\Delta$ και $B\Gamma$, E το σημείο τομής των ευθειών AM και $\Delta\Gamma$ και Z το σημείο τομής των ΔM και AB .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα $ΑΒΜ$ και $ΜΓΕ$ είναι ίσα (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
- β) Το τρίγωνο $ΑΜΔ$ είναι ορθογώνιο (8 ΜΟΝΑΔΕΣ)
- γ) Το τετράπλευρο $ΑΔΕΖ$ είναι ρόμβος (9 ΜΟΝΑΔΕΣ)