

### ΖΗΤΗΜΑ 1<sup>ΟΝ</sup>

Α) Έστω η εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $a \neq 0$  και  $\Delta > 0$ . Αν  $\rho_1, \rho_2$  οι ρίζες αυτής, να αποδείξετε ότι :  $\rho_1 + \rho_2 = \frac{-\beta}{a}$

Β) Έστω η εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ . Να γράψετε τις συνθήκες, ώστε:

- |                             |                              |                     |                       |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|-----------------------|
| α) Να έχει δύο ρίζες άνισες | β) Να έχει πραγματικές ρίζες | γ) Να είναι αδύνατη | δ) Να έχει διπλή ρίζα |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------|-----------------------|

### ΖΗΤΗΜΑ 2<sup>ΟΝ</sup>

Να λύσετε τις εξισώσεις :

- |                              |  |                |                    |
|------------------------------|--|----------------|--------------------|
| α) $2 x-3  +  3-x  = 3$      | β) $(x-1)^3 = 8$   | γ) $2x^2 = 4x$ | δ) $3x^2 - 12 = 0$ |
| ε) $x^2 + 2ax + a^2 - 1 = 0$ | στ) $\frac{x^2}{\alpha\beta} = \frac{x}{\alpha} + \frac{x}{\beta}$ |                |                    |

### ΖΗΤΗΜΑ 3<sup>ΟΝ</sup>

Να λύσετε τις εξισώσεις :

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| α) $(x-1)^6 - 7(x-1)^3 - 8 = 0$ | β) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$                                      |
| γ) $x + \sqrt{x} - 2 = 0$       | δ) $(x - \frac{1}{x})^2 - \sqrt{5}(x + \frac{1}{x}) + 4 = 0$ |

### ΖΗΤΗΜΑ 4<sup>ΟΝ</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + \lambda x + \lambda - 1 = 0$ , όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός.

- α) Να αποδείξετε ότι έχει λύση για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$   
 β) Για ποιες τιμές του  $\lambda$  έχει μια διπλή λύση ;  
 γ) Αν  $x_1, x_2$  είναι οι άνισες ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε το  $\lambda$  ώστε να ισχύει :  
 $x_1 + x_2 + 2 = |x_1 \cdot x_2|$