

Άλγεβρα Α' Λυκείου – πραγματικοί αριθμοί -κεφάλαιο 2°

Ασκήσεις ανάπτυξης – συλλογή 2 – από 83.2 έως 112.2

Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

- 83.2 Η απόσταση του πραγματικού αριθμού  $a$  από το 0 είναι 3 μονάδες. Ποιος μπορεί να είναι ο  $a$  ; πώς γράφεται με τη μορφή απόλυτης τιμής η παραπάνω πρόταση ;
- 84.2 Η απόσταση του πραγματικού αριθμού  $a$  από το 3 είναι 3 μονάδες. Ποιος μπορεί να είναι ο  $a$  ; πώς γράφεται με τη μορφή απόλυτης τιμής η παραπάνω πρόταση ;
- 85.2 Η απόσταση του πραγματικού αριθμού  $a$  από το 0 είναι μικρότερη από 3 μονάδες. Ποιος μπορεί να είναι ο  $a$  ; πώς γράφεται με τη μορφή απόλυτης τιμής η παραπάνω πρόταση ;
- 86.2 Η απόσταση του πραγματικού αριθμού  $a$  από το 3 είναι μικρότερη από 3 μονάδες. Ποιος μπορεί να είναι ο  $a$  ; πώς γράφεται με τη μορφή απόλυτης τιμής η παραπάνω πρόταση ;
- 87.2 Η απόσταση του πραγματικού αριθμού  $a$  από το 0 είναι μεγαλύτερη ή ίση από 3 μονάδες. Ποιος μπορεί να είναι ο  $a$  ; πώς γράφεται με τη μορφή απόλυτης τιμής η παραπάνω πρόταση ;
- 88.2 Η απόσταση του πραγματικού αριθμού  $a$  από το 3 είναι μεγαλύτερη ή ίση από 3 μονάδες. Ποιος μπορεί να είναι ο  $a$  ; πώς γράφεται με τη μορφή απόλυτης τιμής η παραπάνω πρόταση ;
- 89.2 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Απόλυτη τιμή $ x - x_0 $	Απόσταση $d(x, x_0)$	Διάστημα ή ένωση διαστημάτων του $x$
$ x - 2  < 1$		
	$d(x, 3) < 2$	
		$(3, 7)$
$ x + 4  > 1$		

- 90.2 Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία ανήκει ο πραγματικός αριθμός, όταν :
- $|x| \leq 5$  και  $|x - 1| \geq 1$
  - $d(x, 2) < 10$  και  $d(x, -1) > 2$
  - $5 < |x - 1| < 8$
- 91.2 Έστω  $x, y$  πραγματικοί αριθμοί. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για κάθε μια από τις επόμενες σχέσεις και γιατί ;

$$i) |x| + |y| = 0 \quad ii) |x| + |y| \neq 0 \quad iii) |x| + |y| > 0 \quad iv) |x| + |y| \leq 0$$

- 92.2 Να βρείτε τις τιμές των  $x, y$ , όταν  $|x^2 - 1| + |xy^2 - 1| = 0$
- 93.2 Να βρείτε τις τιμές των  $x, y$ , όταν  $|x + y - 1| + |2x + y - 1| = 0$
- 94.2 Να αποδείξετε ότι :  $|x - |x|| - ||x| + x| = -2x$

- 95.2 Αν  $0 < x < y < 3$ , να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση :  
 $A = 2|x-3| + 3|y-4| - |x-y| - |2x-7|$
- 96.2 Αν  $x < \alpha < \beta$ , να αποδείξετε ότι :  $\|a-x| - |\beta-x|\| = \beta - a$
- 97.2 Αν  $x^2 < 3y$  να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση :  
 $A = |x^2 - 3y| + |x^2 - 4y| - |x^2 - 7y|$
- 98.2 Έστω  $1 < x < 3$ ,  $A = |x-1| - 3|x| + |x+1| - 4|5-x|$ . Να αποδείξετε ότι :  
 $A \in (-17, -11)$
- 99.2 Έστω  $6 < x < 10$  και  $A = -|x-1| - 2|x-11|$  Να αποδείξετε ότι :  $-15 < A < -11$
- 100.2 Να γράψετε χωρίς απόλυτα την παράσταση :  $A = |x^2 + x + 1| - |x^2 - x + 1|$
- 101.2 Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση :  $A = 2|x-2| - x + 2$
- 102.2 Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση :  $A = 2|x-1| - 3|x+1| - 2x$
- 103.2 Να αποδείξετε ότι :  $|ax + \beta|x| = |a|x| + \beta|x|$
- 104.2 Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{x^2 - 2x + 1 + |1-x|}{|x^2 - 1|}$  όταν  $x \neq -1$ , και  $x \neq 1$
- 105.2 Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{|x| + 8x^2}{8|x| + 1}$
- 106.2 Να απλοποιήσετε την παράσταση:  $\frac{|x|-1}{x^2-1} - \frac{x^2-|x|}{x^2-2|x|+1}$
- 107.2 Να αποδείξετε ότι :  $\frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x}$  όταν  $x \neq 0$
- 108.2 Να αποδείξετε ότι:  $|x-y| \leq |x| + |y|$
- 109.2 Να αποδείξετε ότι :  $\|x| - |y|\| \leq |x-y|$
- 110.2 Να αποδείξετε ότι : Αν  $|\alpha| \geq |\beta|$ , τότε  $\frac{|\alpha+2\beta|}{|2\alpha+\beta|} \leq 1$
- 111.2 Να αποδείξετε ότι :  
Αν  $|x|y| + |y|x| = 2|x||y|$ ,  $x \cdot y \neq 0$ , τότε οι αριθμοί  $x$ ,  $y$  είναι ομόσημοι
- 112.2 Αν  $\left| \frac{x-9}{x-1} \right| = 3$ , αποδείξτε οτι  $|x|=3$