

Άλγεβρα Α' Λυκείου – πραγματικοί αριθμοί – κεφ. 2ο

Ασκήσεις ανάπτυξης – Συλλογή 1 – ασκήσεις 1.2 έως 25.2

- 1.2 Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό α υπάρχει μοναδικός πραγματικός αριθμός β , έτσι ώστε να ισχύει $\alpha + \beta = 0$.
- (Ο β είναι ο αντίθετος του α και συμβολίζεται $(-\alpha)$)
- 2.2 Να αποδείξετε ότι $-(\alpha + \beta) = -\alpha - \beta$
- 3.2 Αν οι αριθμοί $A = x - 3y + 4z$, $B = y - x - 2z$ είναι αντίθετοι, να αποδείξετε ότι $y = z$
- 4.2 Να βρείτε τον αντίθετο του αριθμού $\alpha = -[-(-x)]$
- 5.2 Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό α , εκτός από το μηδέν, υπάρχει μοναδικός πραγματικός αριθμός β , έτσι ώστε να ισχύει $\alpha \beta = 1$.
- (Ο β είναι ο αντίστροφος του α που συμβολίζεται $1/\alpha$)
- 6.2 Να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{\alpha \cdot \beta} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta}$
- 7.2 Να βρείτε τον αντίστροφο του αριθμού $x = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\alpha}}}$
- 8.2 Αν οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $\kappa = (\alpha - 1)(\beta + 1)$ και $\rho = (\alpha + 1)(\beta - 1)$ είναι αντίθετοι.
- 9.2 Έστω ο αριθμός α είναι άρτιος και ο αριθμός π είναι περιττός. Να αποδείξετε ότι : ο αριθμός $(\alpha + \pi)$ είναι περιττός και ο αριθμός $(\pi + \pi)$ είναι άρτιος . Ποιό γενικό κανόνα μπορείτε να σκεφτείτε ;
- 10.2 Έστω n ένας φυσικός αριθμός, να αποδείξετε ότι ο αριθμός $n^2 - n$ είναι άρτιος.
- 11.2 Αν ο αριθμός α^2 είναι περιττός ακέραιος, να αποδείξετε ότι ο αριθμός α είναι περιττός .
- 12.2 Έστω α ένας άρρητος αριθμός, να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\alpha - 3$ και $2\alpha + 1$ είναι επίσης άρρητοι αριθμοί.

13.2 Αν ο αριθμός ρ είναι ρητός και ο αριθμός α είναι άρρητος, να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\rho + \alpha$, $\rho - \alpha$, $\rho\alpha$, α/ρ , ρ/α είναι άρρητοι αριθμοί.

(Οι αριθμοί ρ και α δεν είναι μηδέν)

14.2 Αν $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ να αποδείξετε ότι, $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$

15.2 Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ να αποδείξετε ότι, $\alpha = 0$ και $\beta = 0$

16.2 Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 3$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων: $\frac{\alpha+\beta}{\beta}$, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$, $\frac{\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2}{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2}$.

17.2 Να βρείτε τους αριθμούς α , β , γ όταν ισχύει, $\alpha/2 = \beta/3 = \gamma/5$ και $\alpha + \beta + \gamma = 10$

18.2 Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ με $\beta\delta \neq 0$, να αποδείξετε ότι: $\frac{\alpha^2\gamma+\alpha\gamma^2}{\beta^2\delta+\beta\delta^2} = \frac{(\alpha+\gamma)^3}{(\beta+\delta)^3}$

19.2 Αν $\frac{2x+y}{x-y} = \frac{2x-5y}{x-3y}$ και $y \neq 0$, να βρεθεί ο λόγος $\frac{x}{y}$

20.2 Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-8}}{(4 \cdot 10^{-2})^2}$

21.2 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{(a^{-2} \cdot \beta^{-1})^2 \cdot (\alpha^7 \cdot \beta^5)^{-2}}{(a^{-3} \cdot \beta^{-2})^2}$ όταν

$$\alpha = 4, \beta = 8^{-1}$$

22.2 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \left[(x^2 y^4)^{-4} \cdot (xy^3)^8 \right] : (y^2 x^6)^{-2}$ όταν

$$(x \cdot y)^2 = 1$$

23.2 Να αποδείξετε ότι: $(x^{-4} - y^{-4}) : (x^{-2} - y^{-2}) = x^{-2} + y^{-2}$

24.2 Να αποδείξετε ότι: $\frac{6^{v+2}}{2^{v-1} \cdot 3^{v+1}} = 24, v > 1$

25.2 Να αποδείξετε ότι: $(-1)^v + (-1)^{v+1} + (-1)^{v+2} + (-1)^{v+3} = 0, v \in \mathbb{Z}$