

ΘΕΜΑ 1

A) Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι σωστή ή με το γράμμα (Λ) αν είναι λάθος.

1. Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$, τότε $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

2. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ με $\beta \geq 0$, τότε $\sqrt{\alpha^2 \beta} = \alpha \cdot \sqrt{\beta}$

3. Ο $n^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω εκφράζεται από τον τύπο $\alpha_n = \alpha_1 + (n-1)\omega$

4. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$

5. Αν το ενδεχόμενο A είναι αδύνατο τότε $P(A) = 1$

(Μονάδες 10)

B) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση $\lambda \cdot x = x + \lambda^2 - 1$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda - 1)x = (\lambda - 1)(\lambda + 1), \lambda \in \mathbb{R}$$

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε.

(Μονάδες 8)

γ) Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)