

Πιθανότητες – ασκήσεις ανάπτυξης

1. Ρίχνουμε πρώτα ένα νόμισμα , μετά ένα ζάρι. Περιγράψτε ένα δειγματικό χώρο του πειράματος.

2. Δύο χάρτινες σακούλες περιέχουν φρούτα. Η πρώτη περιέχει 1 μήλο (Μ), 1 πορτοκάλι (Π) και 1 αχλάδι (Α). Η δεύτερη περιέχει 1 μήλο και 1 αχλάδι. Επιλέγουμε στην τύχη μια σακούλα και στη συνέχεια ένα φρούτο από αυτή. Να γραφούν:

α) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

β) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι μήλο.

γ) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι πορτοκάλι .

3. Σ' ένα κουτί υπάρχουν 4 ομοιόμορφα μολύβια 1 κόκκινο (Κ), 1 πράσινο (Π), 1 μαύρο (Μ), 1 λευκό (Λ). Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος στις ακόλουθες περιπτώσεις: (μας ενδιαφέρει το χρώμα)

α) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι.

β) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι, το τοποθετούμε ξανά στο κουτί και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (επανατοποθέτηση).

4 . Μια δισκογραφική εταιρεία ελέγχει τα compact disks (CD) που παράγει. Ο έλεγχος σταματά όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά CD ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 CD. Να βρείτε:

α) Το δειγματικό χώρο Ω.

β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς 2 ελαττωματικά CD,

ii) Τουλάχιστον 2 ελαττωματικά CD,

iii) Το πολύ 2 ελαττωματικά CD.

5 . Δύο ομάδες A και B παίζουν μεταξύ τους σε μια ποδοσφαιρική συνάντηση (οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να βρείτε:

α) Το δειγματικό χώρο Ω των αποτελεσμάτων των αγώνων της συνάντησης.

β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς μια νίκη της ομάδας

ii) Καμία νίκη της ομάδας A,

iii) Τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας A

6 . Ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές και καταγράφουμε τα αποτελέσματα.

α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

β) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα:

A = {να παρουσιαστεί Κ (κεφαλή) στην πρώτη ρίψη},

B = {να παρουσιαστεί Κ στη δεύτερη ρίψη},

Πιθανότητες – ασκήσεις ανάπτυξης

$\Gamma = \{\text{να παρουσιαστεί } K \text{ σε μία μόνο από τις δύο ρίψεις}\}.$

γ) Είναι τα ενδεχόμενα A, B, Γ ανά δύο ασυμβίβαστα; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).

7. Ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Η πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{x \in \Omega / x \leq 3\}$ είναι 0,25.

α) Να αποδείξετε ότι $n = 12$

β) αν το ενδεχόμενο $B = \{x \in \Omega / x = \text{πολ}3\}$ να βρείτε την πιθανότητα του B .

8. Έστω τα ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A, B με $P(A) = 0,46$ και $P(B) = 0,34$. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων : $A \cup B, A \cap B', A \cup B'$.

9. Έστω τα ενδεχόμενα A, B του Ω με $P(A) = \frac{8}{13}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cap B') = \frac{4}{5}$.

Να βρείτε τις πιθανότητες : $P(A'), P(B'), P(A \cap B), P(A \cup B), P(A - B)$.

10. Έστω τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω με

$$P(A - B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{20}, P(B' - A) = \frac{1}{2}.$$

Να αποδείξετε ότι:

i) $P(A) = 3/10$ και $P(B) = 1/4$.

ii) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα A και B .

11. Θεωρούμε ενδεχόμενα A, B ενός πειράματος τύχης για τα οποία ισχύουν $P(A \cup B) = 3/4$, $P(A') = 2/3$ και $P(A \cap B) = 1/4$. Να βρείτε τις πιθανότητες, $P(A)$ και $P(B)$.

12. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου ισχύουν :

$A \subseteq B, P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}$. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

$$A \cup B, A \cap B, A - B, A' - B'$$

13. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου να αποδείξετε ότι :

i. $P(A - B) - P(B - A) = P(A) - P(B)$

ii. $P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A \cup B) - P(A \cap B)$

iii. $P(A \cap B) + P(A \cap B') + P(A' \cap B) + P(A' \cap B') = 1$

14. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου ισχύει $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ και $P(A') = \frac{2}{5}$.

Να βρείτε την πιθανότητα $P(A' \cap B)$.

Πιθανότητες – ασκήσεις ανάπτυξης

15. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου ισχύει $P(A) = 0,8$ και $P(B) = 0,5$. Να αποδείξετε ότι : α) $A \cap B = \emptyset$ β) $0,8 \leq P(A \cup B) \leq 1$ γ) $0,3 \leq P(A \cap B) \leq 0,5$

16. Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου ισχύει $P(A) = 0,6$ και $P(B) = 0,3$. Να αποδείξετε ότι : α) $0,6 \leq P(A \cup B) \leq 0,9$, β) $0,3 \leq P(A - B) \leq 0,6$, γ) $0,1 \leq P(A' \cap B') \leq 0,4$

17. Μια μέρα με πολύ άσχημες καιρικές συνθήκες η πιθανότητα να λειτουργήσουν τα υπεραστικά λεωφορεία είναι 30%, η πιθανότητα να μη λειτουργήσουν τα τραίνα είναι 40% και η πιθανότητα να λειτουργήσει ένα τουλάχιστον συγκοινωνιακό μέσο από τα προηγούμενα είναι 90%. Ποια η πιθανότητα να λειτουργήσουν συγχρόνως και τα δύο;

18. Σ' ένα συρτάρι της ντουλάπας μας υπάρχουν δύο ζευγάρια ίδιες μαύρες κάλτσες και ένα ζευγάρι λευκές. Επιλέγουμε ταυτόχρονα τρεις κάλτσες χωρίς να βλέπουμε το χρώμα τους. Ποια είναι η πιθανότητα να έχουμε έτσι επιλέξει ένα ζευγάρι του ίδιου χρώματος;

19. Σε μια τάξη της Α λυκείου υπάρχουν 20 αγόρια και 9 κορίτσια. Από τα αγόρια το $\frac{1}{4}$ και από τα κορίτσια το $\frac{1}{3}$ είναι άριστοι στα Μαθηματικά. Καλούμε τυχαία ένα άτομο για εξέταση. Ποια η πιθανότητα :

A) Να μην είναι άριστο στα μαθηματικά.

B) Να είναι κορίτσι.

Γ) Να είναι κορίτσι άριστο στα μαθηματικά.

Δ) Να είναι κορίτσι ή να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά.

20. Το 10% των αυτοκινήτων δεν έχουν κάρτα καυσαερίων και το 15% δεν έχουν περάσει ΚΤΕΟ. Το 95% των αυτοκινήτων έχουν περάσει ΚΤΕΟ ή έχουν κάρτα καυσαερίων.

Επιλέγουμε ένα αυτοκίνητο στη τύχη. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

α) Να μην έχουν κάρτα καυσαερίων και να μην έχουν περάσει ΚΤΕΟ.

β) Να έχουν κάρτα καυσαερίων και να μην έχουν περάσει ΚΤΕΟ
