

# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2004

## ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α. Δίνεται η συνάρτηση  $F(x)=f(x)+g(x)$ . Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι:  $F'(x)=f'(x)+g'(x)$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Β. Ρίχνουμε ένα ζάρι μια φορά και η ένδειξή του είναι ο αριθμός 4. Έστω τα ενδεχόμενα  $A=\{1, 3, 5\}$  και  $B=\{2, 4, 6\}$

Να χαρακτηρίσετε σαν Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις 1 έως 4:

1. Πραγματοποιήθηκε το ενδεχόμενο  $A \cap B$ .
2. Πραγματοποιήθηκε τουλάχιστον ένα από τα  $A$  και  $B$ .
3. Πραγματοποιήθηκε το αντίθετο ενδεχόμενο του  $B$ .
4. Πραγματοποιήθηκε το ενδεχόμενο  $A \cap B$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ. Οι παρατηρήσεις  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$  έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 4$ , εύρος  $R=10$  και τυπική απόκλιση  $s=2$ .

Να γράψετε τη μέση τιμή, το εύρος και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων  $-2t_1, -2t_2, -2t_3, \dots, -2t_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Δ. Να γράψετε τους κανόνες, που δίνουν τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$cf(x)$  με  $c$  πραγματική σταθερά,  $f(x)g(x)$ ,  $\frac{f(x)}{g(x)}$  με  $g(x) \neq 0$ ,  $f(g(x))$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

## ΘΕΜΑ 2°

Ένα κουτί περιέχει μία κόκκινη σφαίρα  $K$  και τρεις μαύρες τις  $M_1$ ,  $M_2$  και  $M_3$ . Αφαιρούμε τυχαίως μια σφαίρα από το κουτί, την καταγράφουμε και στην συνέχεια αφαιρούμε τυχαίως μια δεύτερη σφαίρα και την καταγράφουμε επίσης.

α. Να βρείτε το δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος. ΜΟΝΑΔΕΣ 9

β. Να παραστήσετε με αναγραφή τα ενδεχόμενα, που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: “Και οι δύο σφαίρες είναι μαύρες”

B: “Μόνο μία σφαίρα είναι μαύρη”

Γ “Καμία σφαίρα δεν είναι μαύρη”

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

γ. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των A, B και Γ. ΜΟΝΑΔΕΣ 4

δ. Να σχεδιάσετε το σημειόγραμμα, που περιγράφει τον αριθμό των μαύρων σφαιρών, που περιέχουν τα απλά ενδεχόμενα του  $\Omega$ . ΜΟΝΑΔΕΣ 5

## ΘΕΜΑ 3°

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  και ένα μη κενό ενδεχόμενό του A. ( $A \neq \emptyset$ )

A. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης  $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B. Θεωρούμε τις παρατηρήσεις:  $P(A)$ ,  $P(A')$ ,  $P(\emptyset)$ ,  $P(\Omega)$ .

α. Να υπολογίσετε την μέση τιμή τους και την διάμεσό τους. ΜΟΝΑΔΕΣ 6

β. Να δείξετε, ότι η διακύμανσή τους είναι:  $s^2 = \frac{1}{4} [2P^2(A) - 2P(A) + 1]$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

γ. Να δείξετε, ότι:  $CV \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$  και η ισότητα ισχύει, όταν  $P(A) = P(A')$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

**ΘΕΜΑ 4°**

Τα ψυγεία μιας εταιρείας συντήρησης τροφίμων είναι κατανομημένα σε τέσσερις κλάσεις, σύμφωνα με την θερμοκρασία  $X$  (σε  $^{\circ}\text{C}$ ), που επικρατεί στο εσωτερικό τους, όπως φαίνεται στη πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα.

Κλάσεις [-, -)	Κεντρικές τιμές $x_i$	Συχνότητες $v_i$	Σχετικές συχνότητες $f_i$ %
[-4, -2)			
[-2, 0)			
[0, 2)			
[2, 4)			
<b>ΣΥΝΟΛΟ:</b>			

Σε σχέση με τον αριθμό των ψυγείων της πρώτης κλάσης, η δεύτερη κλάση έχει τριπλάσιο αριθμό και η τέταρτη πενταπλάσιο αριθμό ψυγείων.

- A.** Να αποδείξετε, ότι η μέση θερμοκρασία των ψυγείων είναι  $\bar{x} = 1^{\circ}\text{C}$  ΜΟΝΑΔΕΣ 6
- B.** Έστω, ότι η τρίτη κλάση έχει ίδιο αριθμό ψυγείων με την πρώτη κλάση.
- α.** Να συμπληρώσετε την στήλη με τις σχετικές συχνότητες  $f_i$ % του παραπάνω πίνακα και να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων. ΜΟΝΑΔΕΣ 9
- β.** Να υπολογίσετε την διάμεσο θερμοκρασία  $\delta$ . ΜΟΝΑΔΕΣ 5
- γ.** Από το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, να εκτιμήσετε το ποσοστό των ψυγείων με θερμοκρασία μεγαλύτερη από  $0,5^{\circ}\text{C}$ . ΜΟΝΑΔΕΣ 5