Τράπεζα Θεμάτων 2014

Γεωμετρία

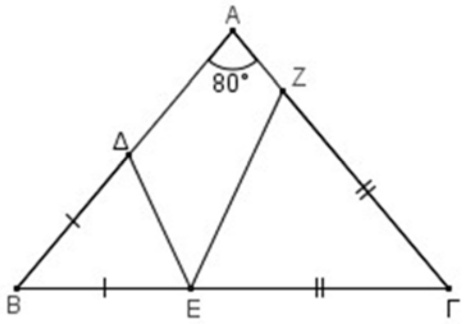
$2^{ο}$ Θέμα

ΘΕΜΑ 2

Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ είναι $\hat{A}$=80°. Παίρνουμε τυχαίο σημείο Ε στην πλευρά ΒΓ και κατόπιν τα σημεία Δ και Ζ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ=ΒΕ και ΓΕ=ΓΖ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων ΒΔΕ και ΓΖΕ. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{\Delta E Z}$. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 2

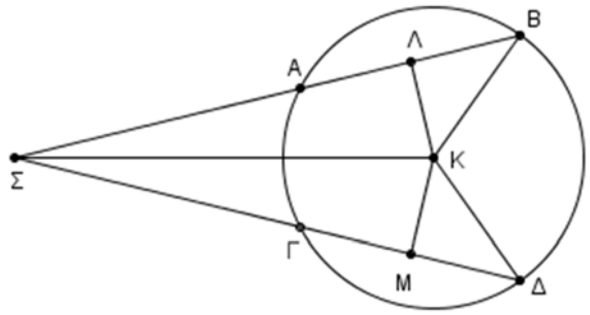
Από εξωτερικό σημείο Σ κύκλου (Κ, ρ) θεωρούμε τις τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ του κύκλου για τις οποίες ισχύει ΣΒ=ΣΔ. Τα ΚΛ και ΚΜ είναι τα αποστήματα των χορδών ΑΒ και ΓΔ του κύκλου αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

ii. ΚΛ=ΚΜ. (Μονάδες 10)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί οι χορδές ΑΒ και ΓΔ είναι ίσες. (Μονάδες 5)



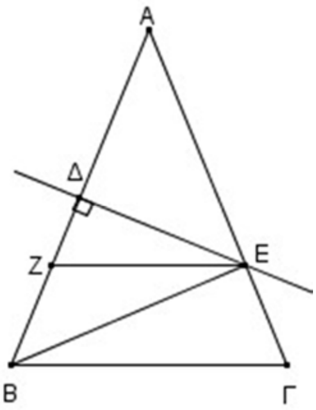
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Στο μέσο Δ της πλευράς ΑΒ φέρουμε κάθετη ευθεία που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στη βάση ΒΓ που τέμνει την ΑΒ στο Ζ.

α) Να αποδείξετε ότι ΑΕ= ΒΕ. (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΓΕΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 10)

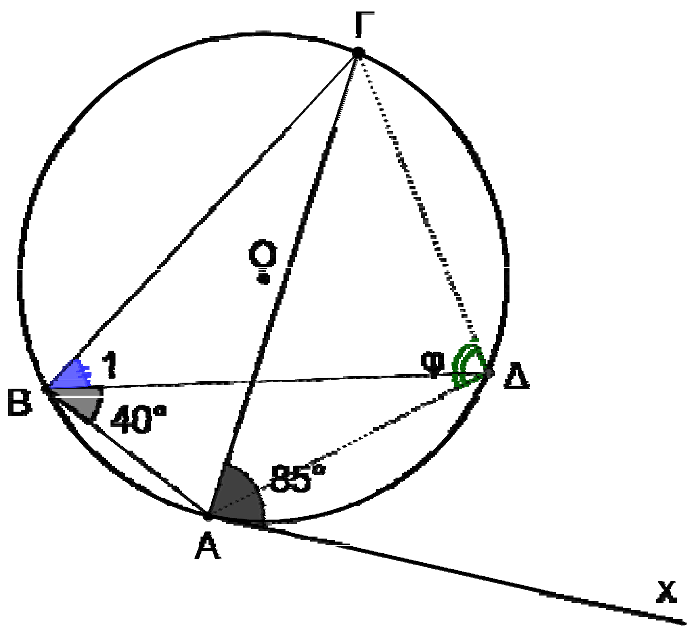


ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα που ακολουθεί, η Αx είναι εφαπτομένη του κύκλου (Ο, ρ) σε σημείο του Α και επιπλέον ισχύουν $\Gamma\hat{A}x = 85°$ και $\Delta\hat{B}\mathrm{A} = 40°$.

α) Να αποδείξετε ότι $\hat{B}_1 = 45°$. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\phi}$. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ=2ΒΓ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ=ΑΔ και φέρουμε την ΒΕ που τέμνει τη ΔΓ στο σημείο Η.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΒΑΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) το ΔΕΓΒ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)

γ) η ΑΗ είναι διάμεσος του ΒΑΕ τριγώνου. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ. Αν $ΕΗ \perp ΒΓ$ και $ΔΖ \perp ΒΓ$, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) ΕΗ = ΔΖ. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, στο οποίο φέρουμε τις διαμέσους του ΒΜ και ΓΝ. Προεκτείνουμε την ΒΜ (προς το Μ) κατά τμήμα ΜΔ=ΒΜ και την ΓΝ (προς το Ν) κατά τμήμα ΝΕ=ΓΝ.

α) Να αποδείξετε ότι ΑΔ//ΒΓ και ΑΕ//ΒΓ. (Μονάδες 13)

β) Είναι τα σημεία Ε, Α και Δ συνευθειακά; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και η διαγώνιός του ΒΔ. Από τις κορυφές Α και Γ φέρουμε τις κάθετες ΑΕ και ΓΖ στη ΒΔ, που την τέμνουν στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΓΒΖ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 15)

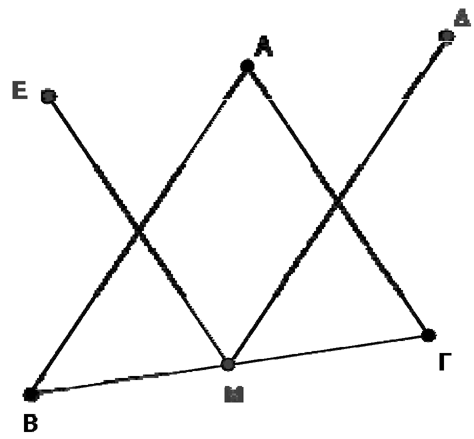
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα ΜΔ ίσο και παράλληλο προς την πλευρά ΒΑ και ευθύγραμμο τμήμα ΜΕ ίσο και παράλληλο προς την πλευρά ΓΑ. Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΑ=ΑΕ (Μονάδες 8)

β) Τα σημεία Δ, Α και Ε βρίσκονται στην ίδια ευθεία. (Μονάδες 9)

γ) ΔΕ=ΒΓ (Μονάδες 8)

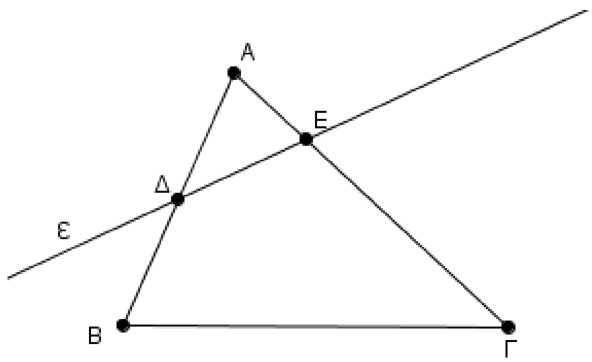


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ το μέσο της πλευράς ΑΒ. Από το Δ διέρχεται μια τυχαία ευθεία (ε) που τέμνει την πλευρά ΑΓ σε εσωτερικό της σημείο Ε. Η ευθεία (ε) χωρίζει το τρίγωνο ΑΒΓ σε ένα τρίγωνο ΑΔΕ και σε ένα τετράπλευρο ΒΔΕΓ .

α) Ποια πρέπει να είναι η θέση του σημείου Ε, ώστε το τετράπλευρο ΒΔΕΓ να είναι τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

β) Ποιο πρέπει να είναι το είδος του ΑΒΓ τριγώνου, ώστε το τραπέζιο του ερωτήματος (α) να είναι ισοσκελές τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, προεκτείνουμε την πλευρά ΔΑ (προς το Α) κατά τμήμα ΑΗ=ΔΑ. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\hat{\Delta}$, η οποία τέμνει την ΑΒ στο σημείο Ζ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) Το τρίγωνο ΔΖΗ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία $\hat{Z}$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο με ΑΒ=2ΑΔ. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\hat{\Delta}$ του παραλληλογράμμου, η οποία τέμνει την ΑΒ στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) Είναι το σημείο Ε μέσο της πλευράς ΑΒ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Θεωρούμε σημείο Ε του τμήματος ΑΟ και σημείο Ζ του τμήματος ΟΓ, ώστε ΟΕ=ΟΖ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΕ=ΒΖ (Μονάδες 12)

β) το ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90˚), η διχοτόμος τη γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ. Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά ΒΓ την κάθετο ΔΕ, η οποία τέμνει τη ΒΓ στο σημείο Ε .

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ=ΔΕ (Μονάδες 13)

β) ΑΔ<ΔΒ (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$). Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ. Φέρουμε τμήμα ΔΕ κάθετο στην πλευρά ΒΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) ΒΕ=ΑΒ. (Μονάδες 12)

β) Αν επιπλέον $B\hat{\Delta}A = 55°$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΓΔΕ. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ($\hat{A}=90^\circ$) και ΑΔ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ= $\frac{ΒΓ}{2}$ (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

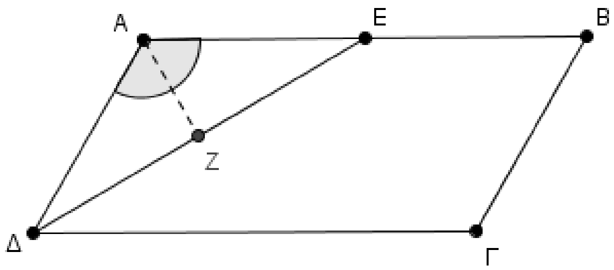
γ) ΔΕ= $\frac{ΑΓ}{2}$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με γωνία $\hat{A} = 120°$ και ΑΒ=2ΑΔ. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας Δ του παραλληλογράμμου, η οποία τέμνει την ΑΒ στο Ε, και στη συνέχεια το κάθετο τμήμα ΑΖ στη ΔΕ. Να αποδείξετε ότι:

α) γωνία $A\hat{\Delta}E = 30°$. (μον.10)

β) $AZ = \dfrac{AB}{4}$ (μον.15)



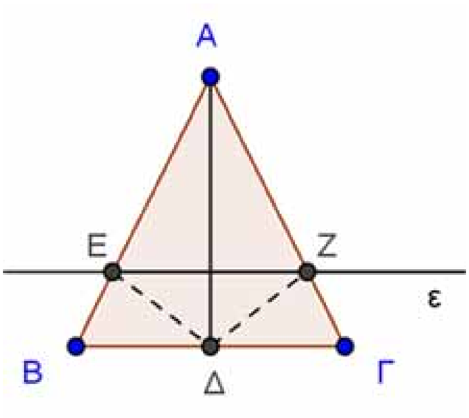
ΘΕΜΑ 2

Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) φέρουμε τη διχοτόμο ΑΔ και μια ευθεία (ε) παράλληλη προς την ΒΓ, που τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΖΔ είναι ίσα. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΔΓ και ΓΕΒ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

β) ΑΔ=ΑΕ (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και το μέσο Μ της βάσης του ΒΓ. Φέρουμε τις αποστάσεις ΜΚ και ΜΛ του σημείου Μ από τις ίσες πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΜΚ=ΜΛ. (Μονάδες 13)

β) Η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας ΚΜΛ. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Από το μέσο Μ της ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι

α) ΜΔ=ΜΕ (Μονάδες 12)

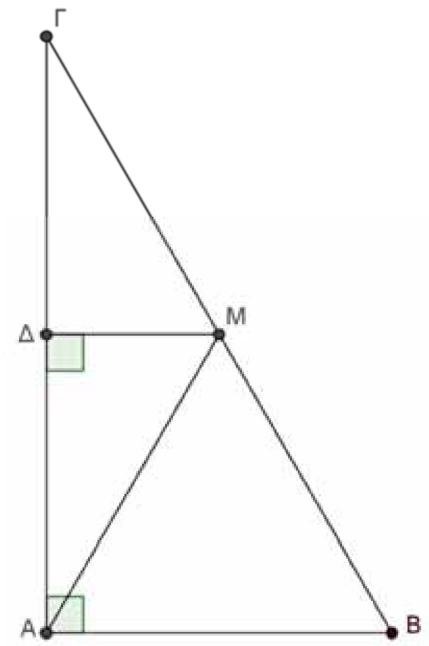
β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$) με ΒΓ = 8 cm. Έστω ΑΜ είναι διάμεσος του τριγώνου και $M\Delta \perp A\Gamma$. Αν η γωνία $A\hat{M}\Gamma$ είναι ίση με 120^o, τότε:

α) Να δείξετε ότι ΑΒ = 4 cm. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε το μήκος της ΜΔ. (Μονάδες 13)



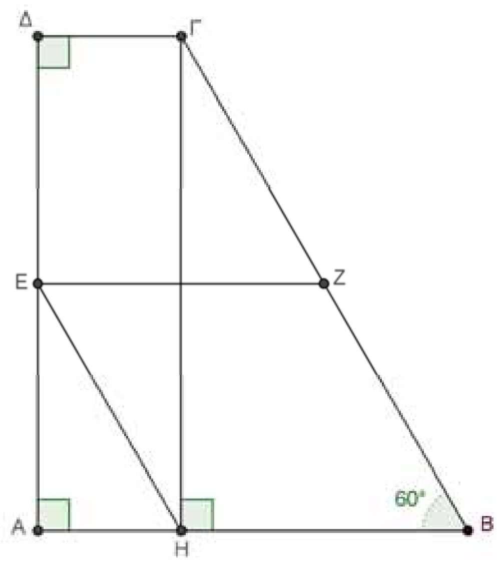
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^{o}$, ΑΒ > ΓΔ, ΒΓ = 4ΓΔ και $\hat{B} = 60^{o}$. Φέρουμε την $\Gamma H \perp AB$ και θεωρούμε τα μέσα Ε και Ζ των πλευρών ΑΔ και ΒΓ αντιστοίχως.

Να δείξετε ότι:

α) ΑΒ = 3ΓΔ. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΕΗΒΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

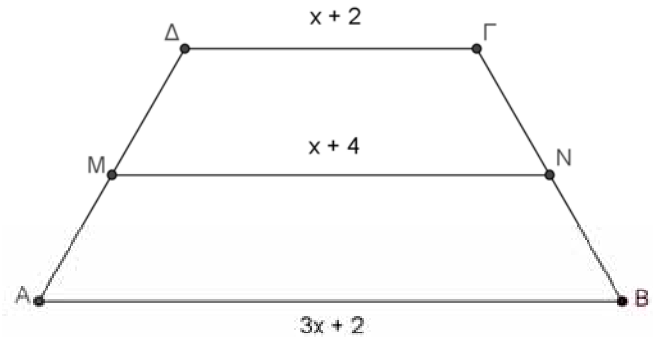
Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB \parallel \Gamma\Delta$, $AB > \Gamma\Delta$ και $A\Delta = B\Gamma$.

α) Αν τα μήκη των βάσεων είναι:

$$AB = 3x + 2, \quad \Gamma\Delta = x + 2$$

και το μήκος της διαμέσου του τραπεζίου είναι $MN = x + 4$, τότε να δείξετε ότι $x = 2$. (Μονάδες 12)

β) Αν η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{B}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τραπεζίου. (Μονάδες 13)

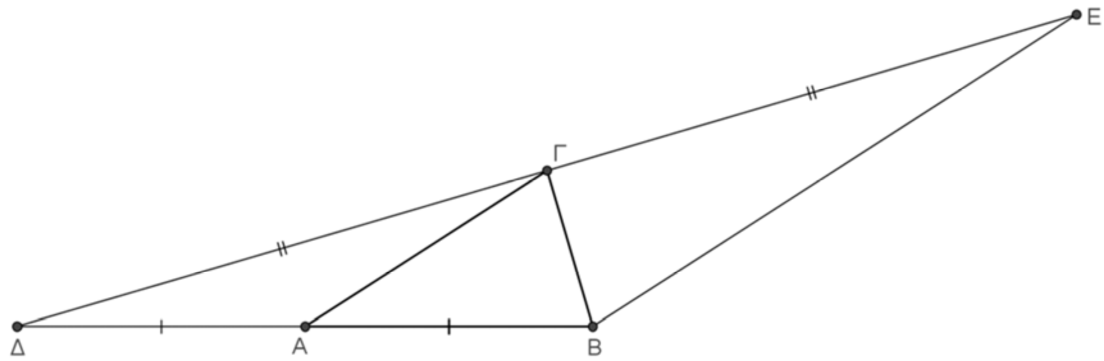


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Στην προέκταση της ΒΑ (προς το μέρος της κορυφής Α) παίρνουμε σημείο Δ ώστε ΑΒ = ΑΔ και στην προέκταση της ΔΓ (προς το μέρος της κορυφής Γ) παίρνουμε σημείο Ε ώστε ΔΓ = ΓΕ.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔΓΒ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι ΒΕ//ΑΓ και $ΑΓ = \frac{ΒΕ}{2}$. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

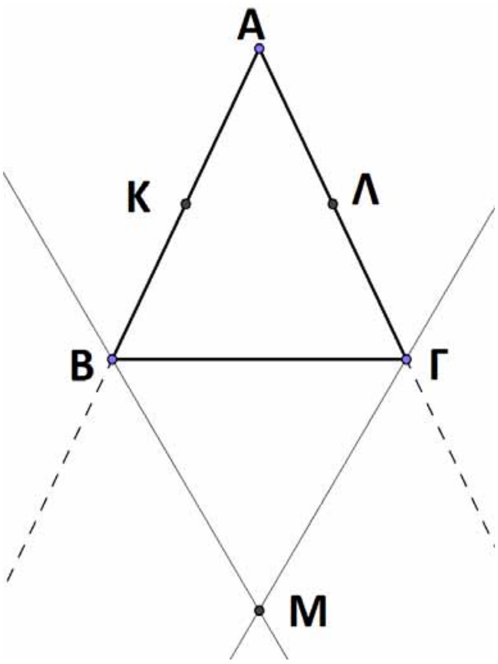
Ένας μαθητής της Α' λυκείου βρήκε έναν τρόπο να κατασκευάζει παράλληλες ευθείες. Στην αρχή σχεδιάζει μια τυχαία γωνία ΧΟΨ . Στη συνέχεια με κέντρο την κορυφή Ο της γωνίας σχεδιάζει δυο ομόκεντρους διαφορετικούς κύκλους με τυχαίες ακτίνες. Ο μικρότερος κύκλος τέμνει τις πλευρές ΟΧ και ΟΨ της γωνίας στα σημεία Α, Β αντίστοιχα και ο μεγαλύτερος στα σημεία Γ, Δ. Ισχυρίζεται ότι οι ευθείες που ορίζονται από τις χορδές ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες. Μπορείτε να το δικαιολογήσετε; (Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών Β και Γ τέμνονται στο σημείο Μ και Κ, Λ είναι αντίστοιχα τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές με ΜΒ=ΜΓ. (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι ΜΚ=ΜΛ. (Μονάδες 13)



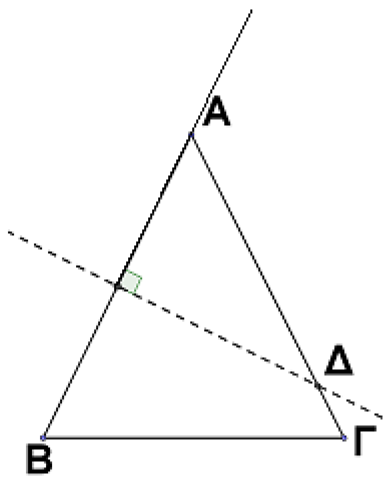
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο η εξωτερική γωνία Α είναι διπλάσια της εσωτερικής γωνίας Β.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ. (Μονάδες 10)

β) Η μεσοκάθετη της πλευράς ΑΒ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο εσωτερικό της σημείο Δ. Αν η γωνία ΑΔΒ είναι ίση με 80^o, τότε να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 15)

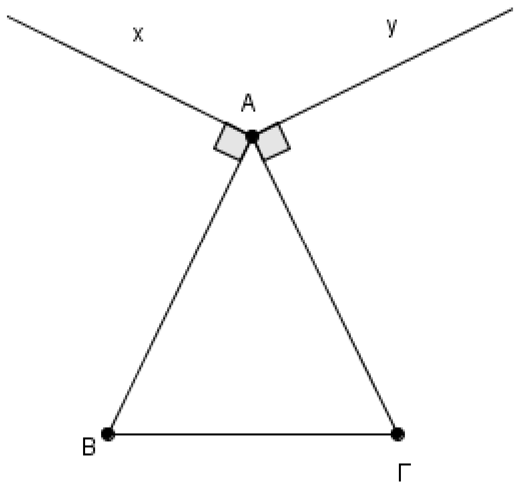


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Φέρουμε, εκτός του τριγώνου, τις ημιευθείες Αx και Αy τέτοιες ώστε Αx⊥ΑΒ και Αy⊥ΑΓ. Στις Αx και Αy θεωρούμε τα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, ώστε ΑΔ=ΑΕ.

α) Να αποδείξετε ότι ΒΔ=ΓΕ. (Μονάδες 12)

β) Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των τμημάτων ΒΔ και ΓΕ αντίστοιχα , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΜΝ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)



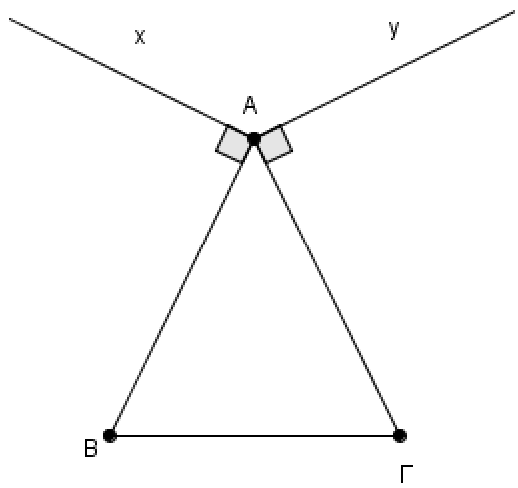
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Φέρουμε, εκτός του τριγώνου, τις ημιευθείες Αx και Αy τέτοιες ώστε Αx⊥ΑΒ και Αy⊥ΑΓ. Οι κάθετες στην πλευρά ΒΓ στα σημεία Β και Γ τέμνουν τις Αx και Αy στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι ΒΔ=ΓΕ. (Μονάδες 12)

β) Αν η γωνία ΒΑΓ είναι ίση με 80^{o}, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΔΑΕ.

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ=2ΒΓ και Ε το μέσο της πλευράς του ΑΒ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΕΑΔ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και Ι το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών $\hat{\mathrm{B}}$ και $\hat{\Gamma}$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Οι γωνίες $\mathrm{A}\hat{\mathrm{I}}\Gamma$ και $\mathrm{A}\hat{\mathrm{I}}\mathrm{B}$ είναι ίσες. (Μονάδες 10)

γ) Η ευθεία ΑΙ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΒΓ. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της διαμέσου ΜΔ του τριγώνου ΑΜΓ θεωρούμε σημείο Ε ώστε ΜΔ=ΔΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)

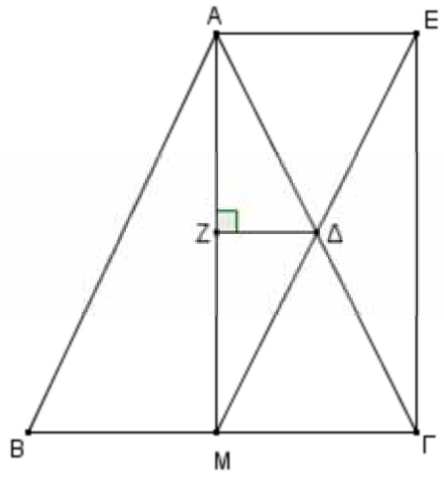
β) Η ΒΕ διέρχεται από το μέσο της διαμέσου ΑΜ. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της διαμέσου ΜΔ του τριγώνου ΑΜΓ θεωρούμε σημείο Ε ώστε ΜΔ=ΔΕ . Αν το σημείο Ζ είναι το ίχνος του Δ στην ΑΜ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 12)

β) $\Delta Z = \frac{B\Gamma}{4}$ (Μονάδες 13)

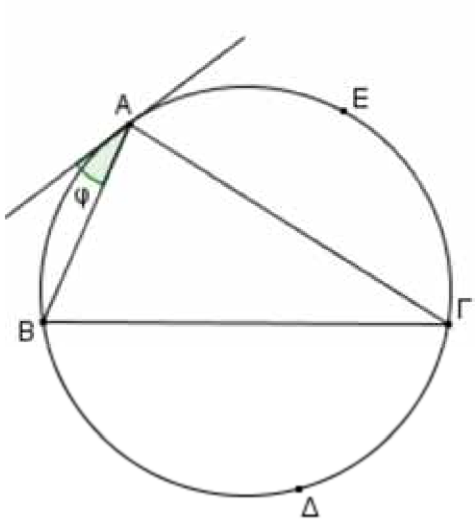


ΘΕΜΑ 2

Στο ακόλουθο σχήμα, η εφαπτομένη του κύκλου στην κορυφή Α του τριγώνου ΑΒΓ σχηματίζει γωνία φ=30^o με την πλευρά ΑΒ. Αν το μέτρο του τόξου $\overset{\frown}{\mathrm{B}\Delta\Gamma}$ είναι 160^o,

α) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 18)

β) να βρείτε το μέτρο του τόξου $\overset{\frown}{\mathrm{AE}\Gamma}$. (Μονάδες 7)

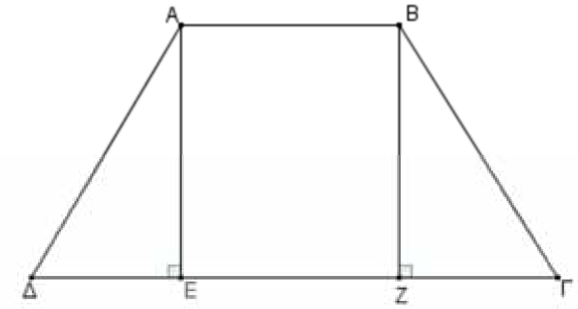


ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με $\hat{\Gamma}=\hat{\Delta}=60^{o}$, ΑΔ=12 και ΓΔ=20. Φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ.

α) Να αποδείξετε ότι ΔΕ=ΓΖ και ΑΒ=ΕΖ. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τραπεζίου. (Μονάδες 13)



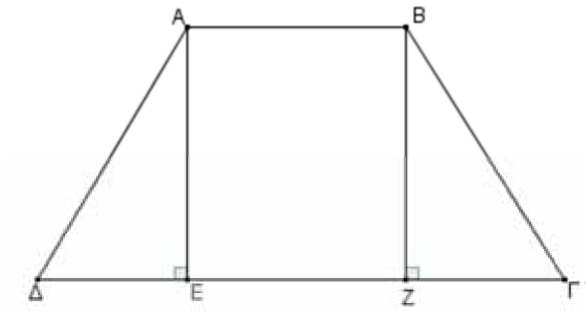
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ). Φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΕ=ΓΖ. (Μονάδες 12)

β) ΑΖ=ΒΕ. (Μονάδες 13)



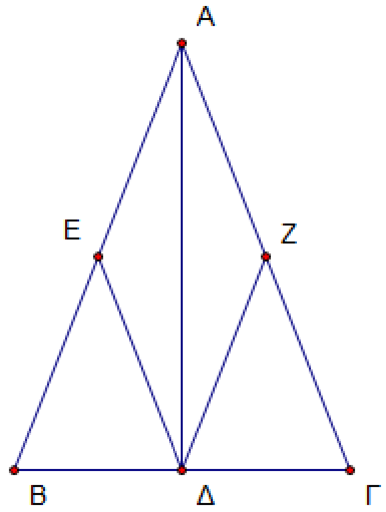
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), το ύψος του ΑΔ και τα μέσα Ε και Ζ των πλευρών του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξτε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΓΔΖ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

β) Το τετράπλευρο ΑΖΔΕ είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 2

Έστω δυο ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και Α'Β'Γ' (Α'Β'=Α'Γ') .

α) Να αποδείξετε ότι: αν ισχύει $AB = A'B'$ και $\hat{A} = \hat{A}'$, τότε τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι: αν ισχύει $A\Gamma = A'\Gamma'$ και $\hat{B} = \hat{B}'$, τότε τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' είναι ίσα. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τα μέσα Δ, Ε και Ζ των πλευρών του ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΔΒΕΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

β) Η ευθεία ΔΖ διχοτομεί το τμήμα ΑΕ. (Μονάδες12)

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^0$. Θεωρούμε το ύψος ΑΔ και το μέσο Ζ της πλευράς ΑΓ. Προεκτείνουμε το ύψος ΑΔ (προς το Δ) κατά ίσο τμήμα ΔΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta Z = \frac{A\Gamma}{2}$. (Μονάδες 12)

β) Το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ που αντιστοιχούν στις πλευρές του ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ, τότε τα ύψη ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Αν τα ύψη ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα, τότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΓ=ΑΒ.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ (προς το Μ) κατά ίσο τμήμα ΜΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΓΔ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Τα σημεία Α και Δ ισαπέχουν από την πλευρά ΒΓ. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2ο

Θεωρούμε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και το ύψος του ΑΔ. Προεκτείνουμε το ΑΔ (προς το Δ) κατά τμήμα ΔΕ=ΑΔ. Έστω Κ το συμμετρικό του Β ως προς το Δ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΒΚ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΑΒΕΚ είναι ρόμβος. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{\mathrm{A}} = 90^0$) και ΒΔ η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\mathrm{B}}$. Από το Δ φέρουμε $ΔΕ \perp ΒΓ$, και έστω Ζ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΕΔ τέμνει την προέκταση της ΒΑ (προς το Β).

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΒ=ΒΕ (Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΕΒ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2ο

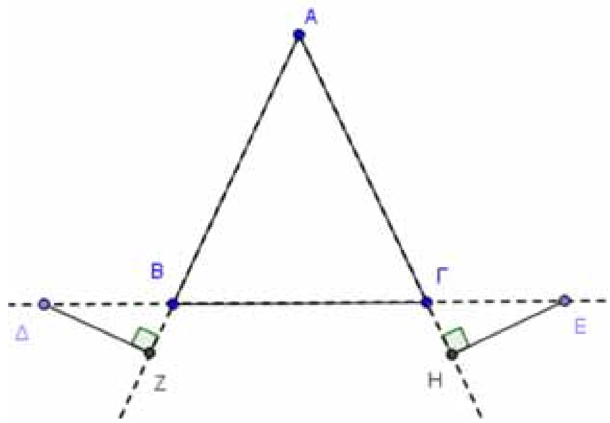
Θωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και σημεία Δ και Ε στην ευθεία ΒΓ τέτοια, ώστε ΒΔ=ΓΕ. Έστω ότι $\Delta Z \perp AB$ και $EH \perp A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. ΒΖ=ΓΗ. (Μονάδες 10)

ii. Το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) Αν $\hat{A} = 50^0$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΖΗ. (Μονάδες 8)



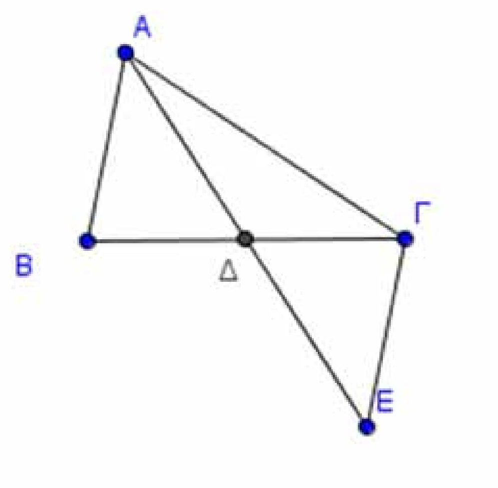
ΘΕΜΑ 2

Στο ακόλουθο σχήμα, η ΑΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ και το Ε είναι σημείο στην προέκταση της ΑΔ , ώστε ΔΕ=ΑΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΒ=ΓΕ (Μονάδες 12)

β) $A\Delta < \frac{AB+A\Gamma}{2}$ (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) και η διχοτόμος της γωνίας του $\hat{\Gamma}$, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ. Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΔΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Η ευθεία ΓΔ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΑΕ. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

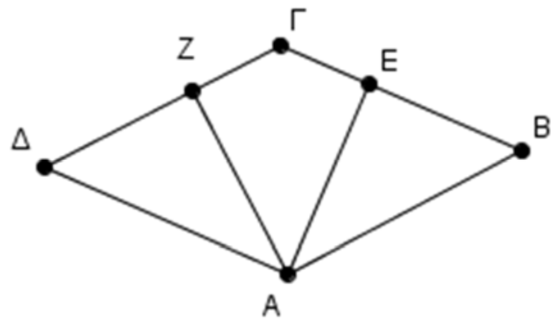
Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο. Έστω ότι $AE \perp B\Gamma$ και $AZ \perp \Delta\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Αν το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος, τότε ΑΖ=ΑΕ. (Μονάδες 12)

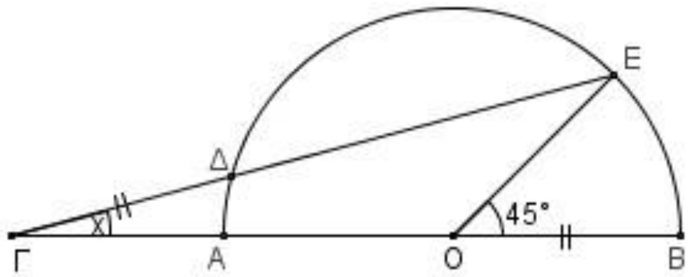
β) Αν για το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ ισχύει ΑΖ=ΑΕ, τότε αυτό είναι ρόμβος.

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

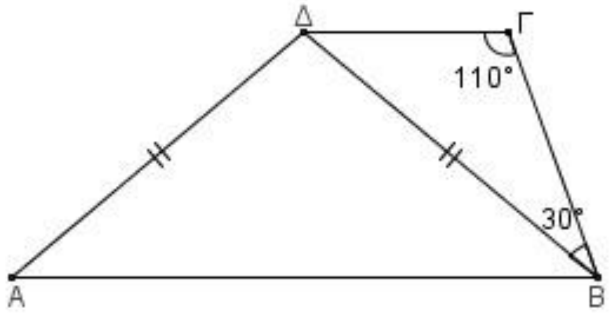
Σε ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ προεκτείνουμε την ΑΒ προς το μέρος του Α και παίρνουμε ένα σημείο Γ. Θεωρούμε Ε ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓΕ με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα ΓΔ ισούται με το ΟΒ και η γωνία $\widehat{BOE} = 45°$, να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{\Delta\Gamma O} = x$. (Μονάδες 25)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ // ΓΔ στο οποίο η διαγώνιος ΒΔ είναι ίση με την πλευρά ΑΔ. Αν η γωνία $\hat{\Gamma} = 110°$ και η γωνία $\widehat{\Delta B \Gamma} = 30°$, να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{A \Delta B}$.

(Μονάδες 25)

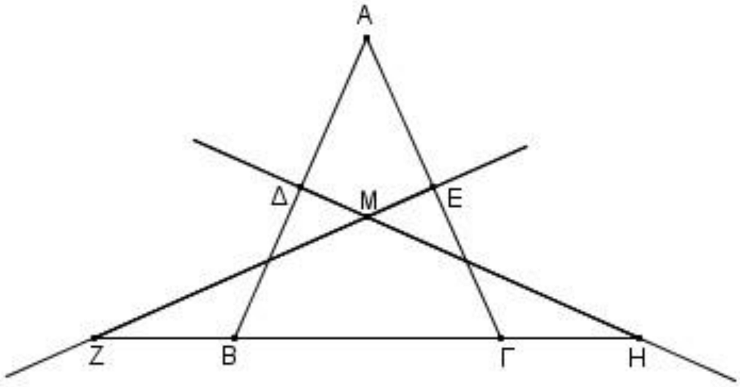


ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Οι μεσοκάθετες ευθείες των ίσων πλευρών του τέμνονται στο Μ και προεκτεινόμενες τέμνουν τη βάση ΒΓ στα Ζ και Η.

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔΒΗ και ΕΖΓ. (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΜΖΗ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ και ΑΒ<ΓΔ. Θεωρούμε τα σημεία Ε και Ζ πάνω στην ΑΒ έτσι ώστε ΑΕ=ΕΖ=ΖΒ και έστω Κ το σημείο τομής των ΔΖ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΖ=ΓΕ (Μονάδες 13)

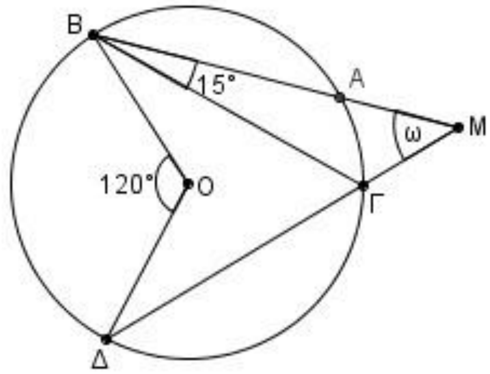
β) Τα τρίγωνα ΕΚΖ και ΔΚΓ είναι ισοσκελή (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Στο ακόλουθο σχήμα η επίκεντρη γωνία $\mathrm{B\hat{O}\Delta}$ είναι 120° και η γωνία $\Gamma\hat{\mathrm{B}}\mathrm{A}$ είναι 15°.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία ΒΓΔ. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία ω είναι 45°. (Μονάδες 13)

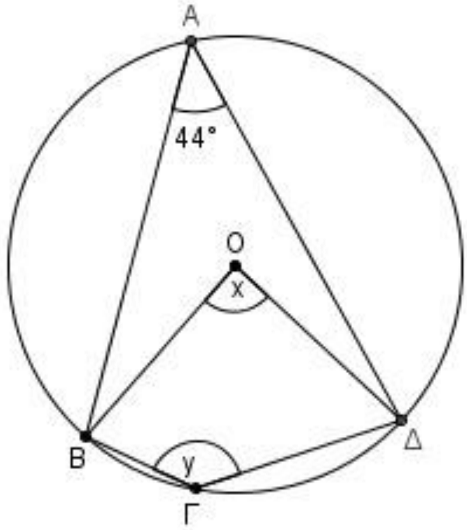


ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο κέντρου Ο δίνονται οι χορδές ΑΒ και ΑΔ τέτοιες ώστε η γωνία $\mathrm{B\hat{A}\Delta}$ να είναι 44°. Θεωρούμε τυχαίο σημείο Γ του κύκλου και σχηματίζουμε το τετράπλευρο ΒΓΔΟ.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία x. (12 Μονάδες)

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία y είναι 136°. (13 Μονάδες)

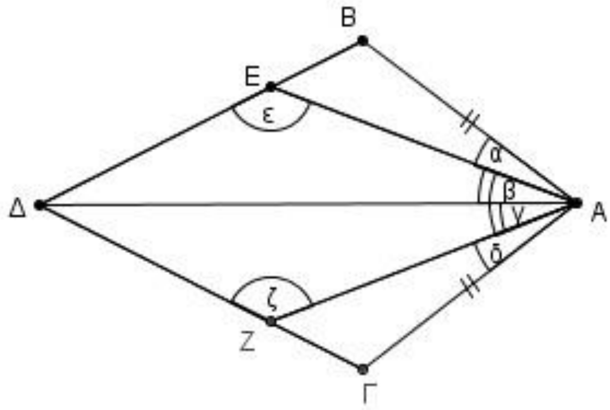


ΘΕΜΑ 2

Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{\alpha} = \hat{\delta}$, $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$ και ΑΒ=ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ίσα. (12 Μονάδες)

β) Οι γωνίες ε και ζ είναι ίσες. (13 Μονάδες)



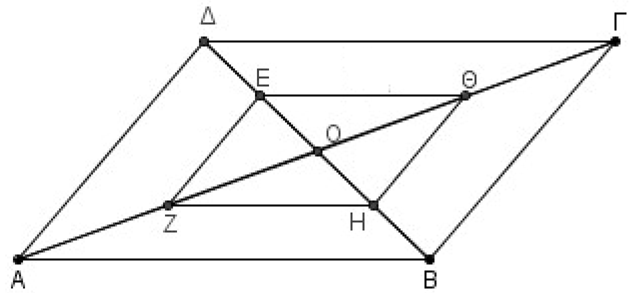
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο είναι το κέντρο του. Έστω Ε, Ζ, Η, Θ τα μέσα των ΟΔ, ΟΑ, ΟΒ και ΟΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) Το τετράπλευρο ΕΖΗΘ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι 40, να βρείτε την περίμετρο του ΕΘΗΖ. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

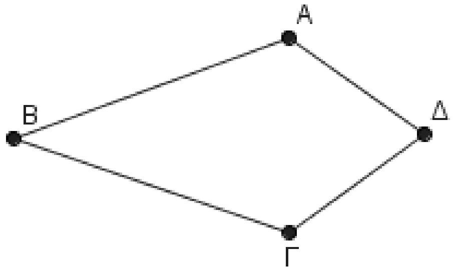
Σε κύκλο κέντρου Ο, έστω ΟΑ μία ακτίνα του. Φέρουμε τη μεσοκάθετη της ΟΑ που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Β και Γ. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΟΒΑ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 13)

β) Το τετράπλευρο ΟΒΑΓ είναι ρόμβος. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Έστω κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $BA = B\Gamma$ και $\hat{A} = \hat{\Gamma}$.



Να αποδείξτε ότι:

α) $\widehat{BA\Gamma} = \widehat{B\Gamma A}$ (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Η ευθεία ΒΔ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΑΓ. (Μονάδες 7)

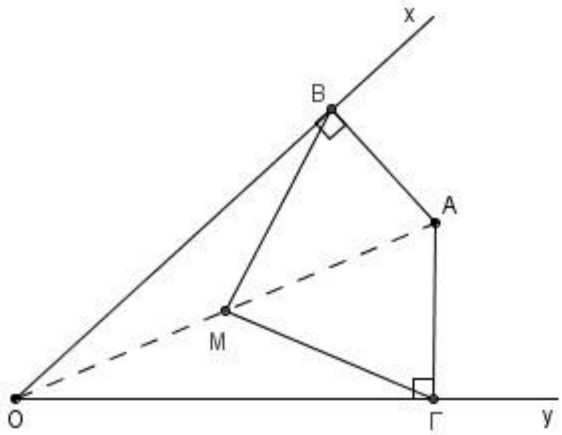
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται γωνία $x\hat{O}y$ και σημείο Α στο εσωτερικό της. Από το Α φέρνουμε τις κάθετες ΑΒ, ΑΓ προς τις πλευρές Οx , Οy της γωνίας αντίστοιχα, και ονομάζουμε Μ το μέσο του ΟΑ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) $\mathrm{B}\hat{\mathrm{M}}\Gamma = 2\cdot x\hat{O}y$ (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

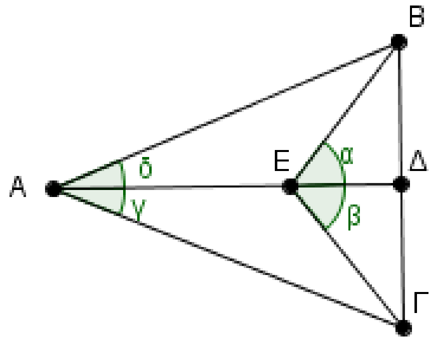
Αν για το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) του σχήματος ισχύουν $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ και $\hat{\gamma} = \hat{\delta}$,

να γράψετε μια απόδειξη για καθέναν από τους ακόλουθους ισχυρισμούς:

α) Τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΕΓ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο ΓΕΒ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

γ) Η ευθεία ΑΔ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΒΓ. (Μονάδες 9)



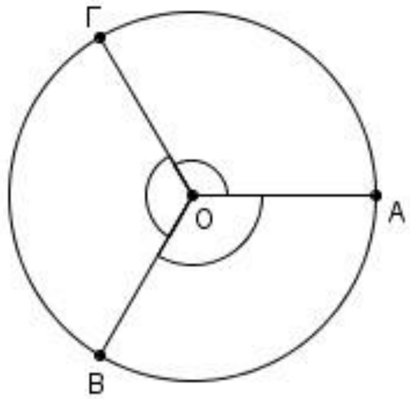
ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο κέντρου Ο θεωρούμε τρεις διαδοχικές ίσες γωνίες ΑΟΒ, ΒΟΓ και ΓΟΑ .

α) Να αποδείξετε ότι η προέκταση της ακτίνας ΑΟ διχοτομεί τη γωνία ΒΟΓ. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές του. (Μονάδες 8)

γ) Αν με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΚ όπου Κ το μέσο της ακτίνας ΟΑ, γράψουμε έναν άλλο κύκλο που θα τέμνει τις ακτίνες ΟΒ και ΟΓ στα σημεία Λ και Μ αντίστοιχα, τότε τα τόξα ΚΜ και ΑΒ είναι ίσα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)



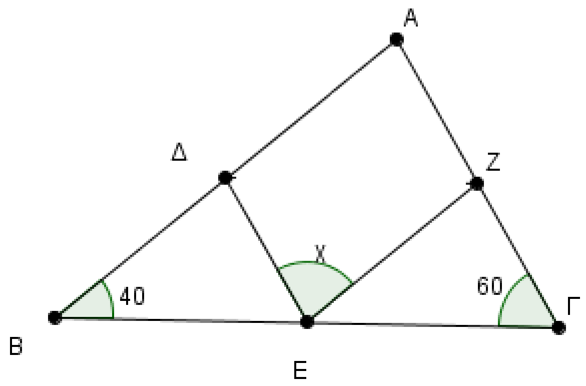
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 40^0$ και $\hat{\Gamma} = 60^0$. Επιπλέον, τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι $\widehat{B\Delta E} = \widehat{EZ\Gamma} = 80^0$. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{\Delta E Z}$. (Μονάδες 8)

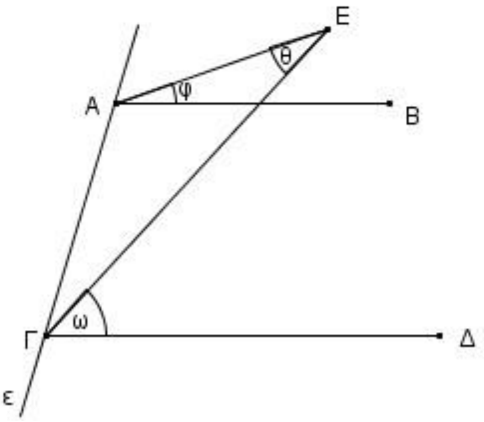


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ευθεία ε του επιπέδου. Τα παράλληλα τμήματα ΑΒ και ΓΔ καθώς και ένα τυχαίο σημείο Ε βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο της ε.

Να αποδείξετε ότι:

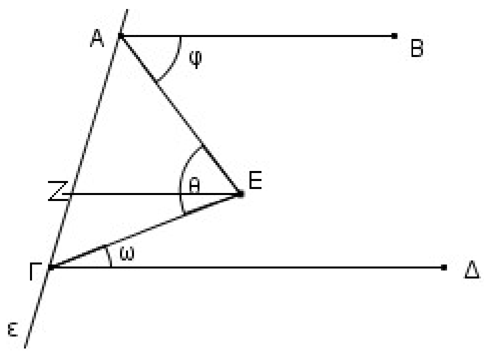
α) Αν το Ε είναι εκτός των τμημάτων ΑΒ και ΓΔ τότε: $\hat{\omega} = \hat{\varphi} + \hat{\theta}$



(Μονάδες 10)

β) Αν το Ε είναι ανάμεσα στα τμήματα ΑΒ και ΓΔ και ΕΖ//ΑΒ, τότε να αποδείξετε ότι

$\hat{\theta} = \hat{\omega} + \hat{\varphi}$



(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και Κ εσωτερικό σημείο του τριγώνου τέτοιο ώστε ΚΒ=ΚΓ.

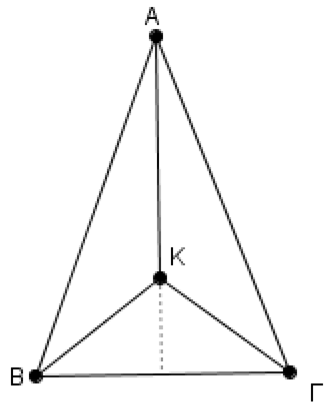
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΑΚ και ΚΑΓ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{BA\Gamma}$. (Μονάδες 6)

γ) Η προέκταση της ΑΚ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{BK\Gamma}$ του τριγώνου ΒΚΓ.

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) . Στην προέκταση της πλευράς ΒΓ και προς τα δυο της άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ= ΓΕ.

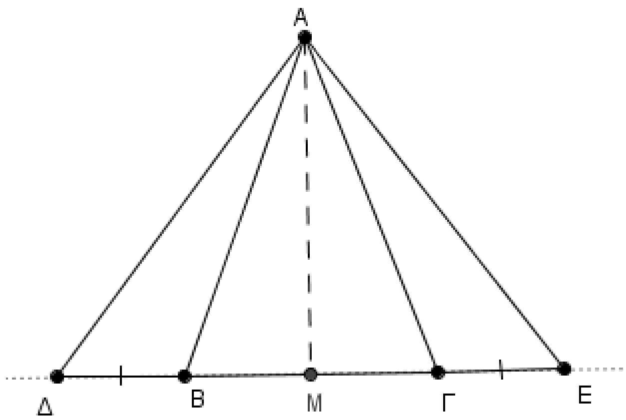
Να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{B_{\varepsilon\xi}} = \widehat{\Gamma_{\varepsilon\xi}}$ (Μονάδες 6)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

γ) Η διάμεσος ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ είναι και διάμεσος του τριγώνου ΑΔΕ.

(Μονάδες 7)



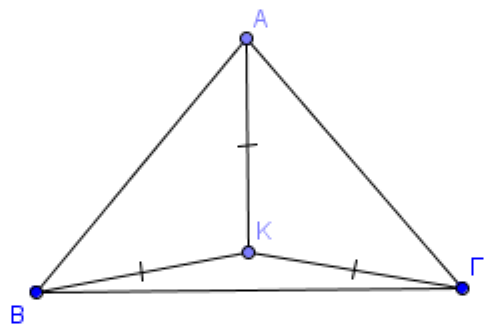
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και $\hat{A} = 80^0$. Έστω Κ σημείο της διχοτόμου της γωνίας $\hat{A}$, τέτοιο ώστε ΚΒ=ΚΑ=ΚΓ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΚΑ και ΓΚΑ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{ABK}$ και $\widehat{A\Gamma K}$. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{BK\Gamma}$. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$). Έστω Δ σημείο της πλευράς ΑΓ τέτοιο ώστε, η διχοτόμος ΔΕ της γωνίας $\widehat{A\Delta B}$ να είναι παράλληλη στην πλευρά ΒΓ.

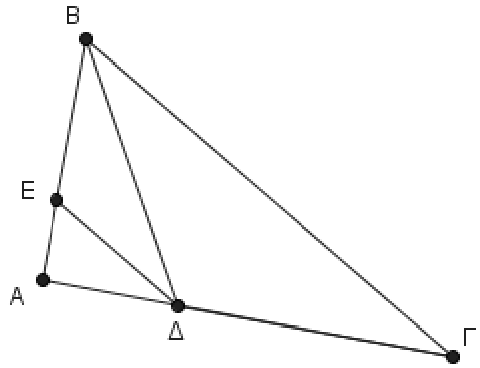
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Αν $\widehat{A\Delta B} = 60^0$,

I. να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Gamma}$. (Μονάδες 8)

II. να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 2AB$ (Μονάδες 7)



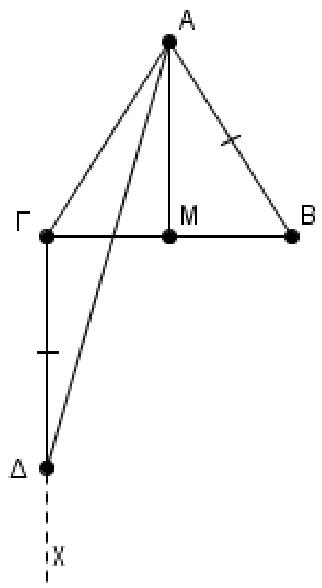
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και η διάμεσός του ΑΜ. Φέρουμε ημιευθεία $\Gamma\chi \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το Α και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα ΓΔ= ΑΒ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Η γωνία $\widehat{\Delta A \Gamma}$ είναι ίση με τη γωνία $\widehat{\Gamma \Delta A}$. (Μονάδες 12)

β) Η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{MA\Gamma}$. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

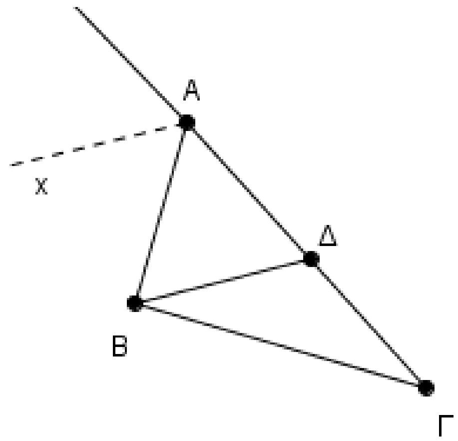
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ . Έστω Αχ η διχοτόμος της εξωτερικής του γωνίας $\widehat{A_{\varepsilon\xi}} = 120^0$.Από την κορυφή Β φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην Αχ, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 10)

ii. $\Delta\Gamma = A\Gamma - AB$ (Μονάδες 5)

β) Αν η γωνία $\widehat{B\Delta A}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΓ. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 2

Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ (προς το Α) και ΓΑ (προς το Α) τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα τμήματα ΑΔ=ΑΒ και ΑΕ=ΑΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) ΕΔ//ΒΓ (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα τμήματα ΑΔ=ΑΒ και ΑΕ=ΑΓ.

Να αποδείξετε ότι

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Η προέκταση της διαμέσου ΑΜ προς το μέρος της κορυφής Α διχοτομεί την πλευρά ΕΔ του τριγώνου ΔΑΕ. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Σε ορθογώνιο ΑΒΓΔ, αν Μ και Ν είναι τα μέσα των ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) ΜΔ=ΜΓ. (Μονάδες 12)

β) Η ευθεία ΜΝ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΓΔ. (Μονάδες 13)

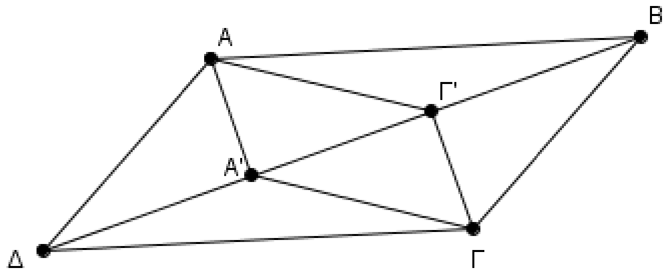
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Α΄, Γ΄ οι προβολές των κορυφών Α και Γ στη διαγώνιο ΒΔ. Αν τα σημεία Α΄ και Γ΄ δεν ταυτίζονται , να αποδείξετε ότι:

α) ΑΑ΄// ΓΓ΄ (Μονάδες 8)

β) ΑΑ΄=ΓΓ΄ (Μονάδες 10)

β) Το τετράπλευρο ΑΓ΄ΓΑ΄ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και σημείο Μ εσωτερικό του τριγώνου, τέτοιο ώστε ΜΒ=ΜΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

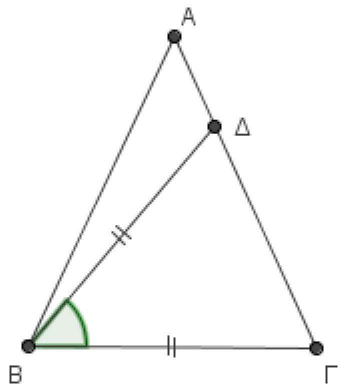
β) Η ευθεία ΑΜ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{BM\Gamma}$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ισοσκελές ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με γωνία $\hat{A} = 50^0$. Έστω Δ είναι σημείο της πλευράς ΑΓ, τέτοιο ώστε ΒΔ=ΒΓ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{\Delta B \Gamma}$ είναι ίση με τη γωνία $\hat{A}$. (Μονάδες 13)



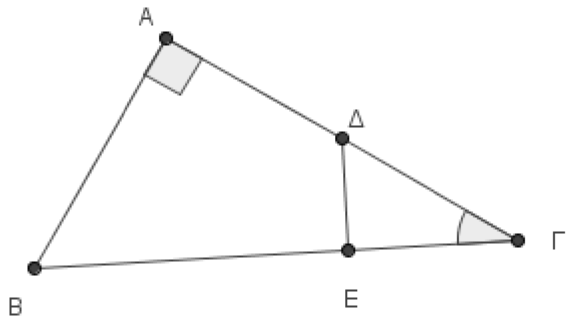
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) με $\hat{\Gamma} = 40^0$. Έστω Δ τυχαίο σημείο της πλευράς ΑΓ και $\Delta E \perp B\Gamma$.

Να υπολογίσετε:

α) τις γωνίες του τριγώνου ΔΕΓ. (Μονάδες 10)

β) τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΔΕΒ. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) με γωνία κορυφής $\hat{A} = 40^0$. Στην προέκταση της ΓΒ (προς το Β) παίρνουμε τμήμα ΒΔ τέτοιο ώστε $B\Delta = AB$.

Να υπολογίσετε

α) τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 10)

β) τη γωνία $\widehat{\Delta A\Gamma}$. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

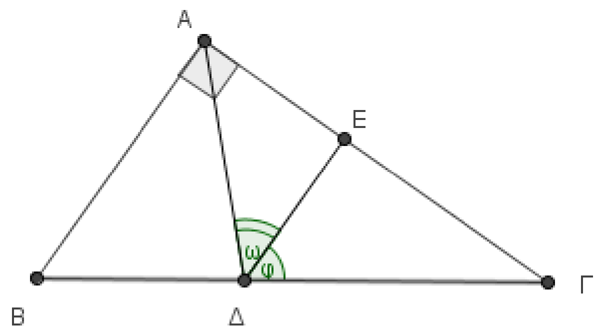
Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$). Έστω ότι η ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνία Α και η $\Delta E//AB$. Αν η γωνία $\hat{B} = 20^0 + \hat{\Gamma}$,

α) να υπολογίσετε:

I. τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

II. τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\omega}$. (Μονάδες 10)

β) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

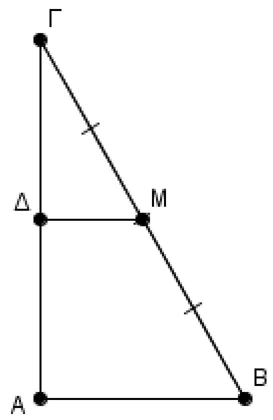
Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) με γωνία $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$. Από το μέσο Μ της ΒΓ φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΒ , η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Δ.

α) Να υπολογίσετε

I. τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 7)

II. τις γωνίες του τριγώνου ΑΜΓ. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ΜΔ είναι μεσοκάθετος του ΑΓ. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 2

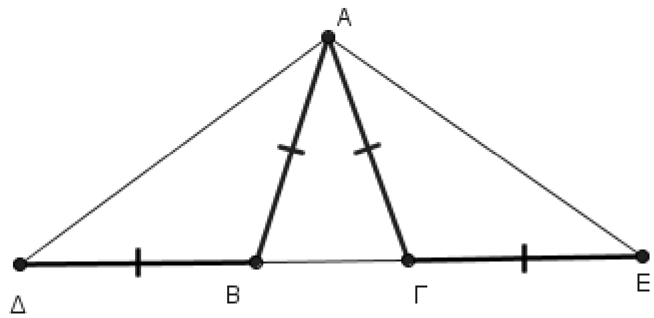
Στο παρακάτω σχήμα ισχύουν ΔΒ=ΒΑ=ΑΓ=ΓΕ και $\widehat{BA\Gamma} = 40^0$.

Να αποδείξετε ότι

α) $\widehat{AB\Delta} = \widehat{A\Gamma E} = 110^0$. (Μονάδες 10)

β) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

γ) το τρίγωνο ΔΑΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 5)



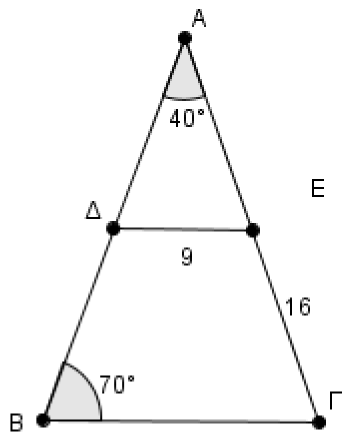
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 40^0$ και $\hat{B} = 70^0$. Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ με $ΔE = 9$ και $EΓ = 16$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές και να βρείτε ποιες είναι οι ίσες πλευρές του. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι ΒΓ=18. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ . Αν οι διχοτόμοι των απέναντι γωνιών $\hat{\Delta}$ και $\hat{B}$ τέμνουν τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΓΖ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

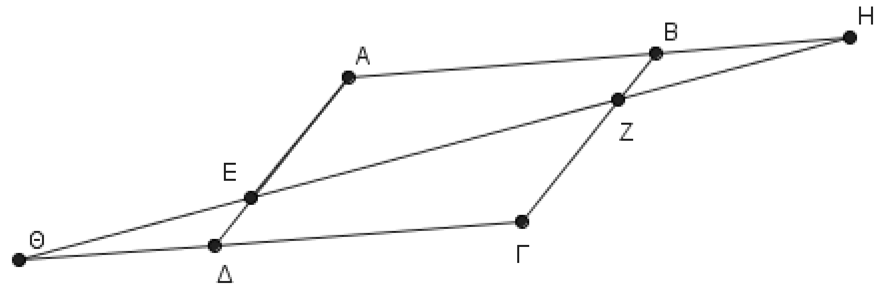
ΘΕΜΑ 2

Στις πλευρές ΑΔ και ΒΓ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ θεωρούμε σημεία Ε και Ζ, τέτοια ώστε ΑΕ=ΓΖ . Αν η ευθεία ΖΕ τέμνει τις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΓΔ στα σημεία Η και Θ, να αποδείξετε ότι:

α) $H\hat{B}Z = E\hat{\Delta}\Theta$ (Μονάδες 8)

β) $B\hat{Z}H = \Delta\hat{E}\Theta$ (Μονάδες 8)

γ) ΒΗ=ΘΔ (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 2

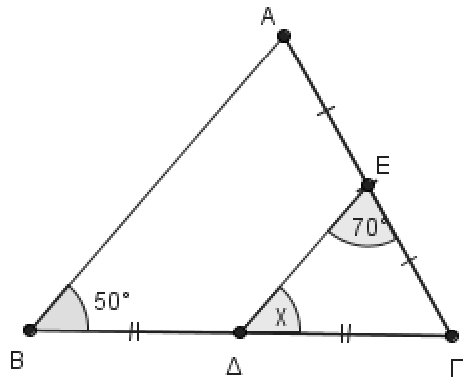
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 50^0$. Έστω ότι τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\widehat{\Delta E\Gamma} = 70^0$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\Delta E // AB$. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε

I. τη γωνία $\hat{\chi}$. (Μονάδες 8)

II. τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)



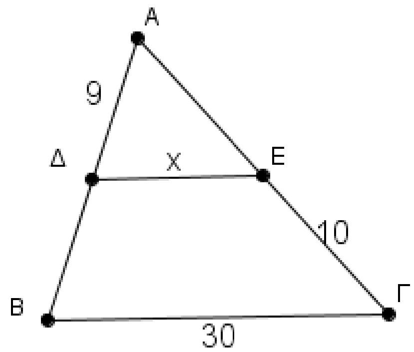
ΘΕΜΑ 2

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με Δ και Ε τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, ΑΔ=9 , ΕΓ=10 και ΒΓ=30 .

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΓΒ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος x του τμήματος ΔΕ. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

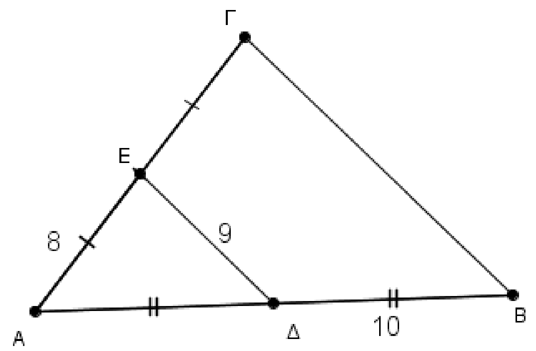
Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, ΑΕ=8 , ΕΔ=9 και ΔΒ=10 .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΓΒ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ. (Μονάδες 8)

γ) Να συγκρίνετε τις περιμέτρους του τριγώνου ΑΒΓ και του τετραπλεύρου ΔΕΓΒ.

(Μονάδες 9)



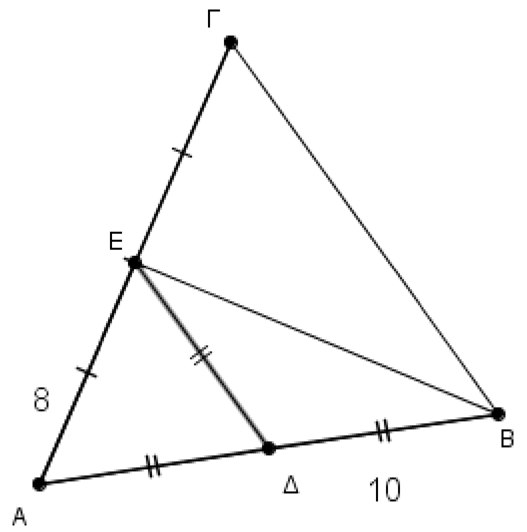
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ . Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Επιπλέον ισχύουν ΑΔ=ΕΔ=ΔΒ με ΑΕ=8 και ΔΒ=10 .

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΒ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι ΒΓ=20. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)



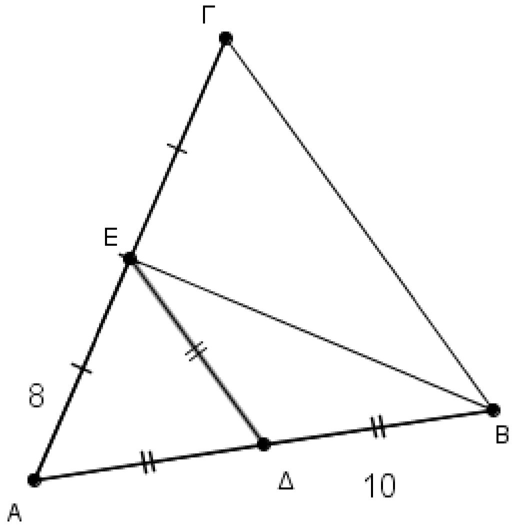
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Τα σημεία Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Επιπλέον ισχύουν ΑΔ=ΕΔ=ΔΒ με ΑΕ=8 και ΔΒ=10.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΒ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

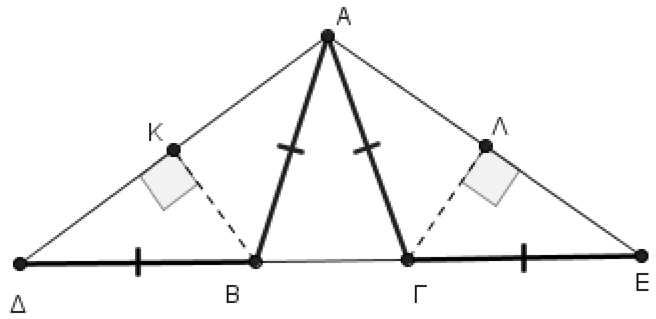
Στο ακόλουθο σχήμα ισχύουν ΑΒ=ΒΔ=ΑΓ=ΓΕ=5, $BK \perp A\Delta$ και $\Gamma\Lambda \perp AE$.

α) Να προσδιορίσετε, ως προς τις πλευρές, το είδος των τριγώνων ΑΒΔ και ΑΓΕ. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Κ και Λ είναι τα μέσα των τμημάτων ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα. (Μονάδες 10)

γ) Αν η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι 12, να υπολογίσετε το τμήμα ΚΛ.

(Μονάδες 9)

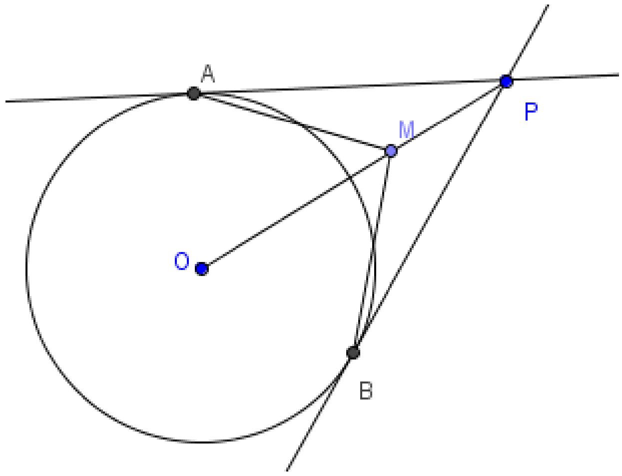


ΘΕΜΑ 2

Από εξωτερικό σημείο Ρ ενός κύκλου (Ο,ρ) φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ και ΡΒ. Αν Μ είναι ένα τυχαίο εσωτερικό σημείο του ευθυγράμμου τμήματος ΟΡ, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΡΑΜ και ΡΜΒ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) οι γωνίες $\widehat{MAO}$ και $\widehat{MBO}$ είναι ίσες. (Μονάδες 13)



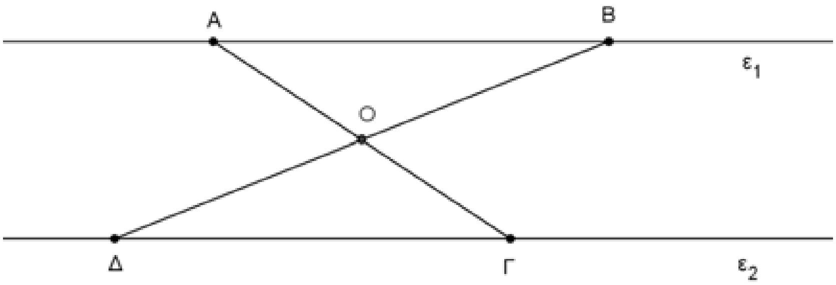
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα είναι $ε_1//ε_2$ και το σημείο Ο είναι το μέσο της ΒΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΓΟΔ είναι ίσα και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους. (Μονάδες 12)

β) το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)



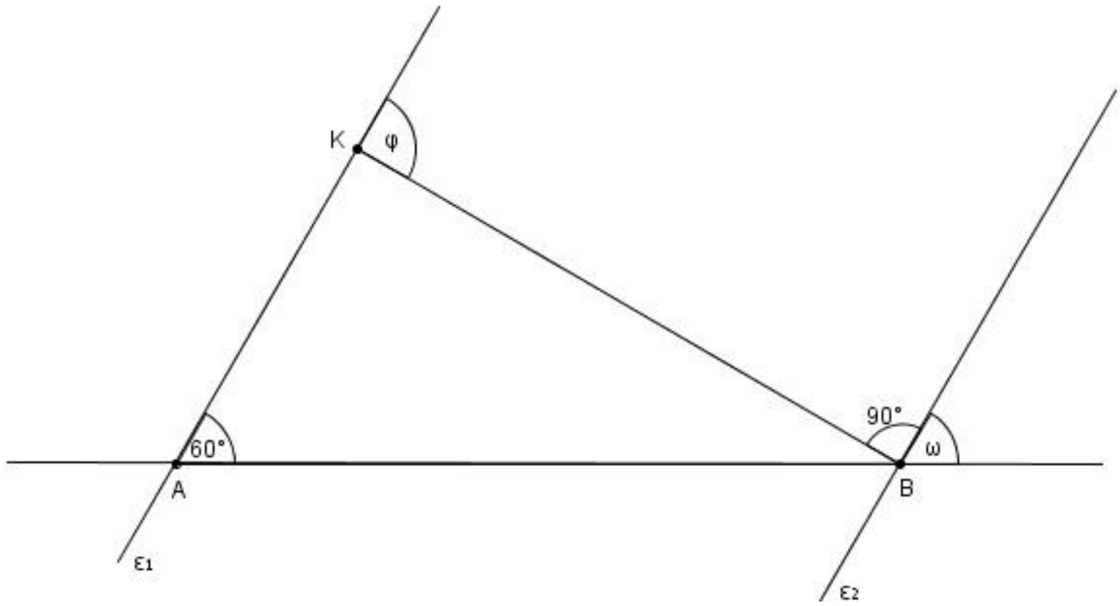
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα είναι $ε_1//ε_2$ και ΑΒ=6.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες φ και ω. (Μονάδες 10)

β) Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ΑΒΚ ως προς τις γωνίες του. (Μονάδες 7)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της ΑΚ, αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 8)



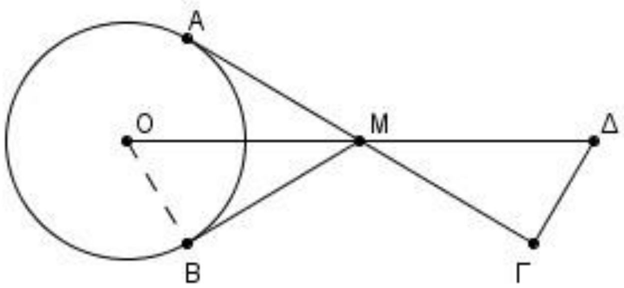
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O,R) και τα εφαπτόμενα τμήματα ΜΑ και ΜΒ. Προεκτείνουμε την ΑΜ κατά τμήμα ΜΓ=ΜΑ και την ΟΜ κατά τμήμα ΜΔ=ΟΜ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΜΒ και ΜΓΔ είναι ίσα, και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.

(Μονάδες 13)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί ΟΑ//ΓΔ. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και στις ίσες πλευρές ΑΒ,ΑΓ παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα ΑΔ=$\frac{1}{3}$ΑΒ και ΑΕ=$\frac{1}{3}$ ΑΓ. Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ, να αποδείξετε ότι:

α) τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 5)

β) τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΜΕΓ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

γ) το τρίγωνο ΔΕΜ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΚΑΒ (ΚΑ=ΚΒ) και ΚΓ διχοτόμος της γωνίας $\hat{K}$. Στην προέκταση της ΒΑ (προς το Α) παίρνουμε σημείο Λ και στην προέκταση της ΑΒ (προς το Β) παίρνουμε σημείο Μ, έτσι ώστε ΑΛ=ΒΜ. Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισοσκελές (Μονάδες 12)

β) η ΚΓ είναι διάμεσος του τριγώνου ΚΛΜ (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 80^\circ$ και $\hat{B} = 20^\circ + \hat{\Gamma}$, και ΑΔ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\mathrm{B}}$ και $\hat{\Gamma}$. (Μονάδες 12)

β) Φέρουμε από το Δ ευθεία παράλληλη στην ΑΒ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\mathrm{A}\hat{\Delta}\mathrm{E}$, $\mathrm{E}\hat{\Delta}\Gamma$. (Μονάδες 13)

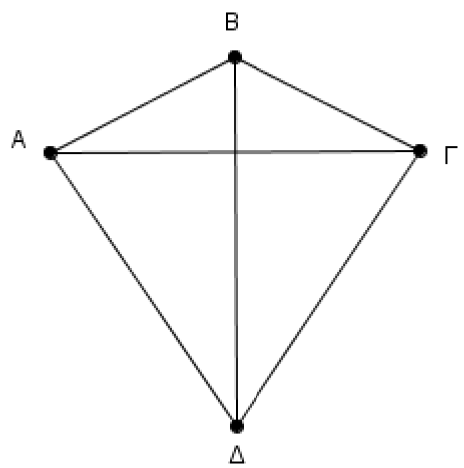
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με ΒΑ=ΒΓ και ΔΑ=ΔΓ. Οι διαγώνιοι ΑΓ, ΒΔ του τετραπλεύρου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Η ΒΔ είναι διχοτόμος των γωνιών Β και Δ του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ. (Μονάδες 12)

β) Η ΒΔ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΑΓ. (Μονάδες 13)



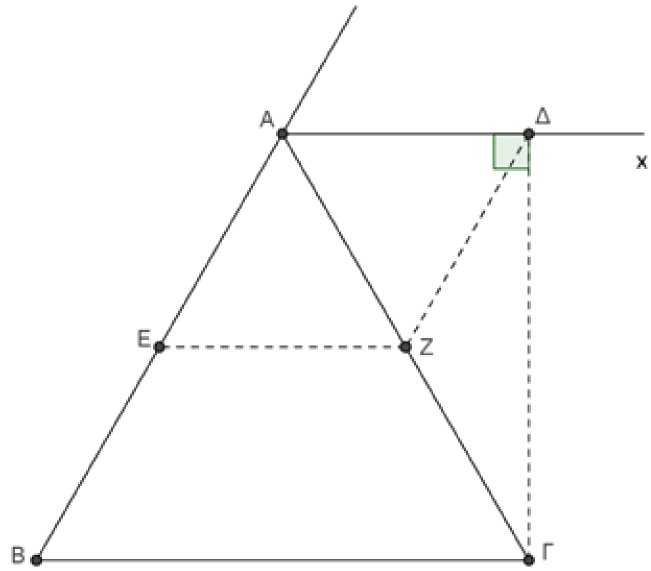
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε την εξωτερική διχοτόμο Αx της γωνίας $\hat{A}$ και από το σημείο Γ την κάθετο ΓΔ στην Αx. Τα σημεία Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΑΖΔ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 13)

β) το τετράπλευρο ΑΔΖΕ είναι ρόμβος. (Μονάδες 12)

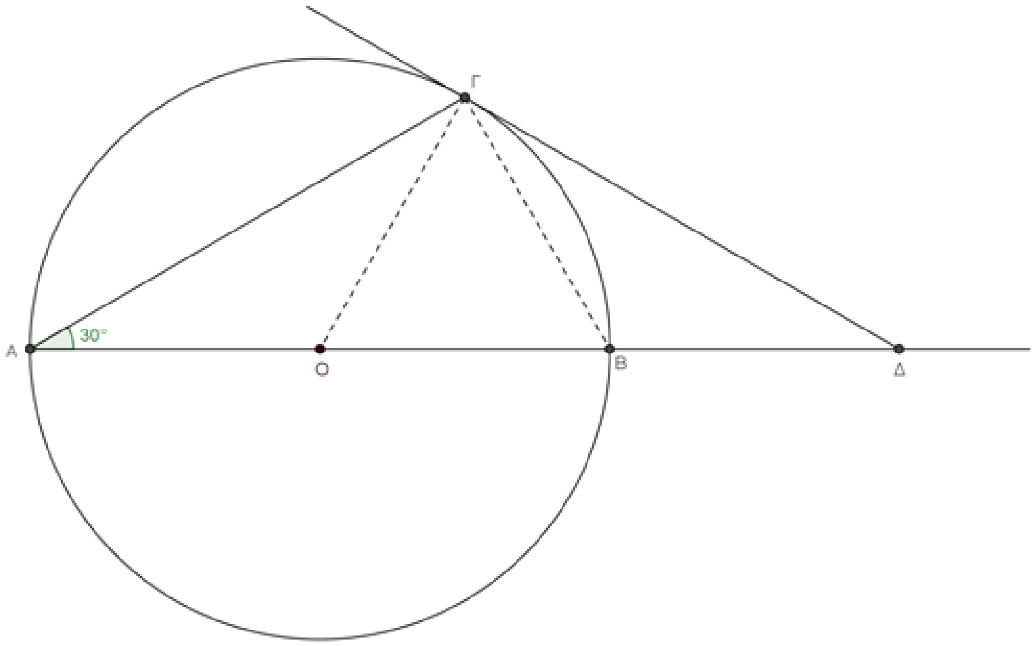


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος (Ο, R) διαμέτρου ΑΒ, και χορδή ΑΓ τέτοια ώστε $B\hat{A}\Gamma = 30^\circ$. Στο σημείο Γ φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου, η οποία τέμνει την προέκταση της διαμέτρου ΑΒ (προς το Β) στο σημείο Δ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΟΓΔ. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΓΒΔ είναι ίσα. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται γωνία xOy και η διχοτόμος της Οδ. Θεωρούμε σημείο Μ της Οδ και σημεία Α και Β στις ημιευθείες Οx και Οy αντίστοιχα, τέτοια ώστε ΟΑ=ΟΒ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΜΑ=ΜΒ. (Μονάδες 15)

β) Η Οδ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{M}B$. (Μονάδες 10)

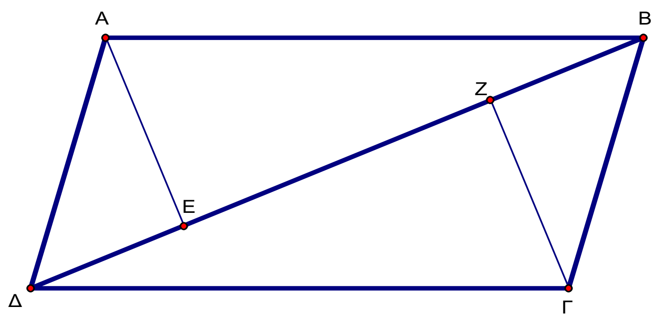
ΘΕΜΑ 2

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΒ > ΒΓ φέρουμε από τις κορυφές Α και Γ καθέτους στη διαγώνιο ΒΔ, οι οποίες την τέμνουν σε διαφορετικά σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΕ=ΓΖ. (Μονάδες 15)

β) Το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)

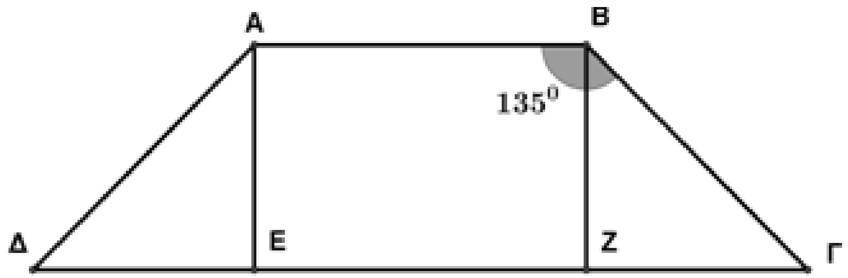


ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΓΔ>ΑΒ και $\hat{B} = 135^o$. Από τις κορυφές Α και Β φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τραπεζίου. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι ΑΕ=ΕΔ=ΒΖ=ΓΖ (Μονάδες 15)



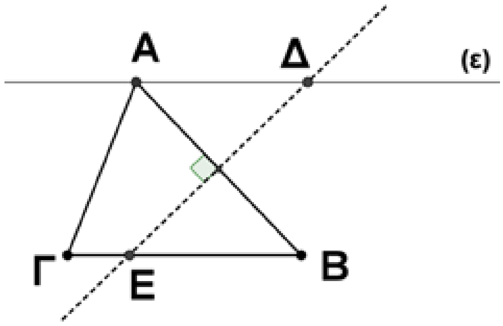
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΓΒ. Φέρουμε από τη κορυφή Α ευθεία (ε) παράλληλη στη ΒΓ. Η μεσοκάθετος της πλευράς ΑΒ τέμνει την (ε) στο Δ και την ΒΓ στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι ΔΑ=ΔΒ και ΕΑ=ΕΒ. (Μονάδες 6)

β) Αν Μ το μέσο του ΑΒ, να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΕΜΒ. (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΔΒΕ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 2

Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A}+\hat{\Gamma}=120^0$ και $\hat{A}=3\hat{\Gamma}$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε τις γωνίες του. (Μονάδες 15)

β) Αν η πλευρά ΒΓ=2cm να βρείτε το μήκος της ΑΒ. (Μονάδες 10)

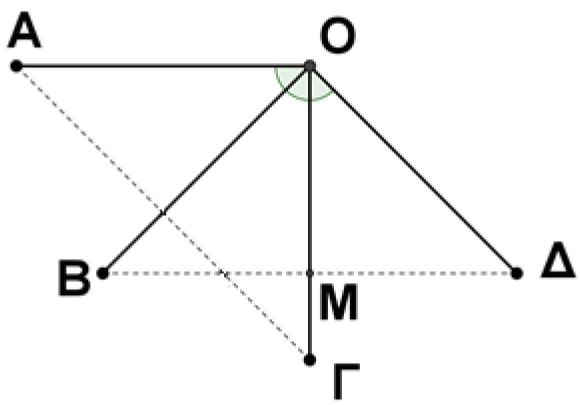
ΘΕΜΑ 2

Αν $A\hat{O}B = B\hat{O}\Gamma = \Gamma\hat{O}\Delta$ και ΟΑ=ΟΒ=ΟΓ=ΟΔ, να αποδείξετε ότι:

α) ΑΓ=ΒΔ . (Μονάδες 10)

β) το Μ είναι μέσον της ΒΔ, όπου Μ το σημείο τομής των τμημάτων ΟΓ και ΒΔ.

(Μονάδες 15)

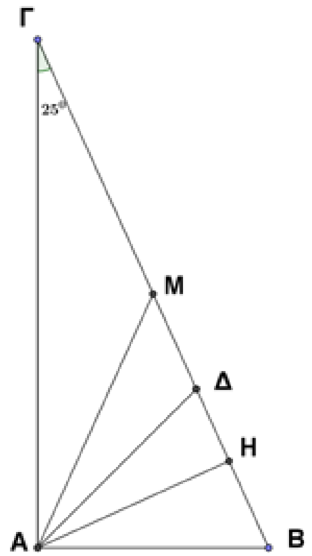


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=90^0$ και $\hat{\Gamma}=25^0$. Δίνονται επίσης η διάμεσος ΑΜ, το ύψος ΑΗ από την κορυφή Α και η διχοτόμος ΑΔ της γωνίας $\hat{A}$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $A\hat{M}B$, $H\hat{A}B$, $A\hat{\Delta}B$. (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι $M\hat{A}\Delta=\Delta\hat{A}H=20^0$. (Μονάδες 10)



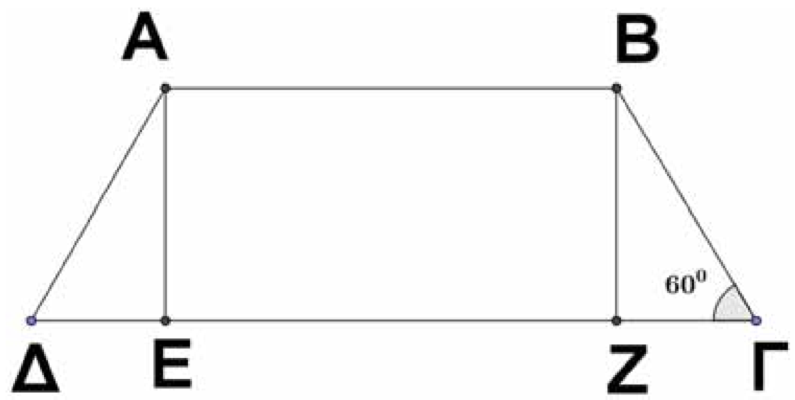
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) , με ΑΒ=6, ΒΓ=4 και $\hat{\Gamma} = 60^0$. Δίνονται επίσης τα ύψη ΑΕ και ΒΖ από τις κορυφές Α και Β αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε τις υπόλοιπες γωνίες του τραπεζίου ΑΒΓΔ. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε τα τρίγωνα ΑΕΔ, ΒΖΓ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του ΑΒΓΔ. (Μονάδες 9)



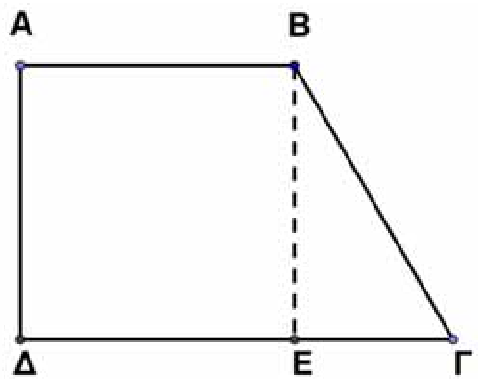
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) , με ΑΒ=ΒΓ=4, $\hat{A} = 90^0$ και $\hat{\Gamma} = 60^0$. Δίνεται επίσης το ύψος ΒΕ από τη κορυφή Β.

α) Να υπολογίσετε τις άλλες δυο γωνίες του τραπεζίου ΑΒΓΔ. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε 2ΕΓ=ΒΓ. (Μονάδες 9)

γ) Αν Μ,Ν τα μέσα των πλευρών ΑΔ, ΒΓ αντίστοιχα να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΜΝ. (Μονάδες 8)

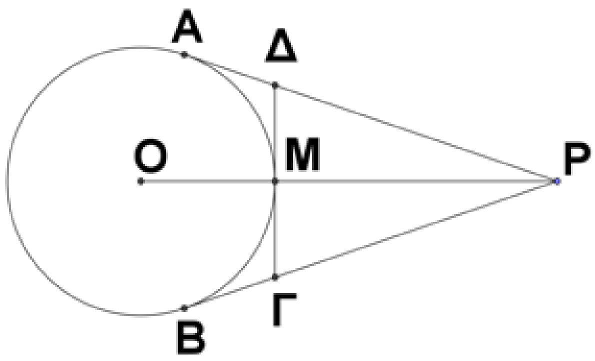


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο, και από ένα σημείο Ρ εκτός αυτού φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ και ΡΒ. Το τμήμα ΡΟ τέμνει τον κύκλο στο σημείο Μ και η εφαπτομένη του κύκλου στο Μ τέμνει τα ΡΑ και ΡΒ στα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΡΔΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία ΑΡΒ είναι 40^0 να υπολογίσετε τη γωνία ΑΟΒ. (Μονάδες 12)

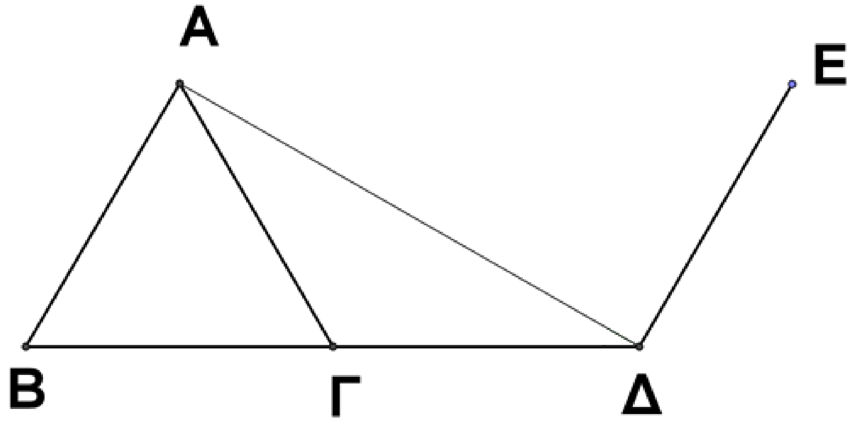


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ . Στην προέκταση της ΒΓ (προς το μέρος του Γ) θεωρούμε τμήμα ΓΔ=ΒΓ. Φέρουμε τμήμα ΔΕ κάθετο στην ΑΔ στο σημείο της Δ , τέτοιο ώστε ΔΕ=ΒΓ. (Α και Ε στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ΒΔ).

α) Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΔ. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι ΑΒΔΕ παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

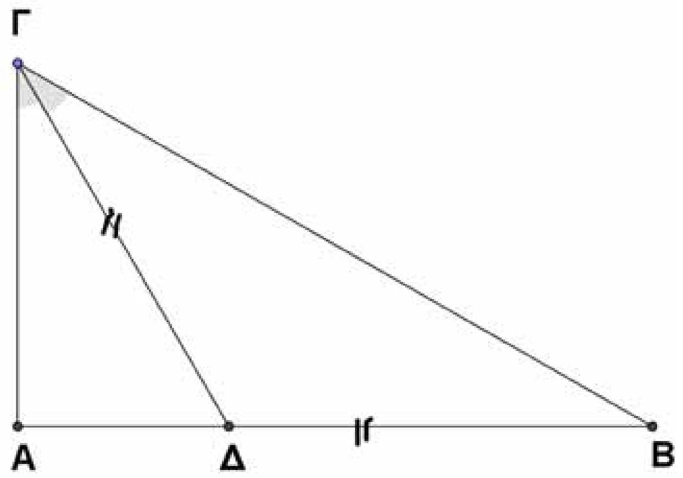


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (με $\hat{A}=90^0$) και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ, τέτοιο ώστε ΓΔ=ΔΒ=2cm. Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{B}=30^0$. (Μονάδες 12)

β) ΑΒ=3cm (Μονάδες 13)

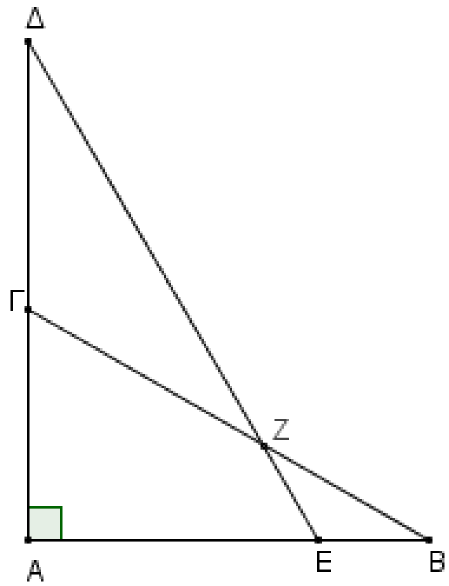


ΘΕΜΑ 2

Στα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ (γωνία Α ορθή) του παρακάτω σχήματος ισχύει $\hat{B}=\hat{\Delta}=30^{o}$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΕΖΓ. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΖΔ και ΕΒΖ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 12)

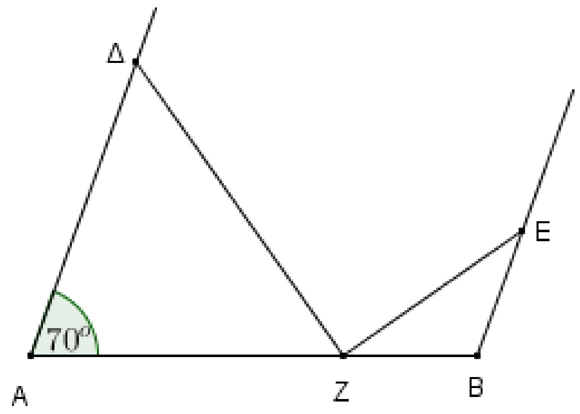


ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα, οι ΑΔ και ΒΕ είναι παράλληλες. Επιπλέον ισχύουν ΑΔ=ΑΖ , ΒΕ=ΒΖ και $\hat{A} = 70^o$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων ΑΔΖ και ΒΖΕ. (Μονάδες 16)

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta\hat{Z}E = 90^o$. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 2

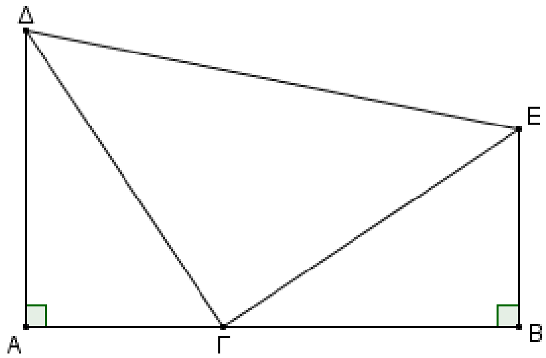
Στο παρακάτω σχήμα οι γωνίες $\hat{\mathrm{A}}, \hat{\mathrm{B}}$ είναι ορθές και επιπλέον ΑΔ=ΒΓ και ΑΓ=ΒΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία $\mathrm{E}\overset{\wedge}{\Gamma}\mathrm{B} = 40^o$ τότε το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

(Μονάδες 12)



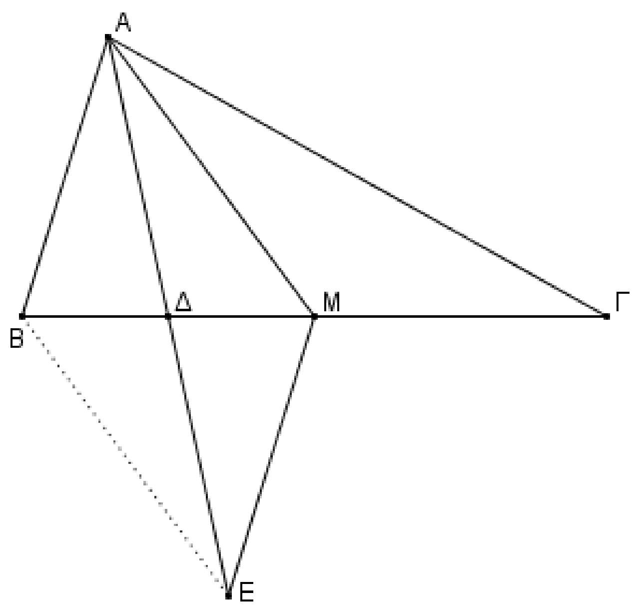
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο ισχύει ΒΓ=2ΑΒ και έστω Μ το μέσο της ΒΓ. Αν η ΑΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΜ και Ε σημείο στην προέκτασή της ώστε ΑΔ=ΔΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΒΕΜ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)

β) ΜΕ=ΜΓ (Μονάδες 13)



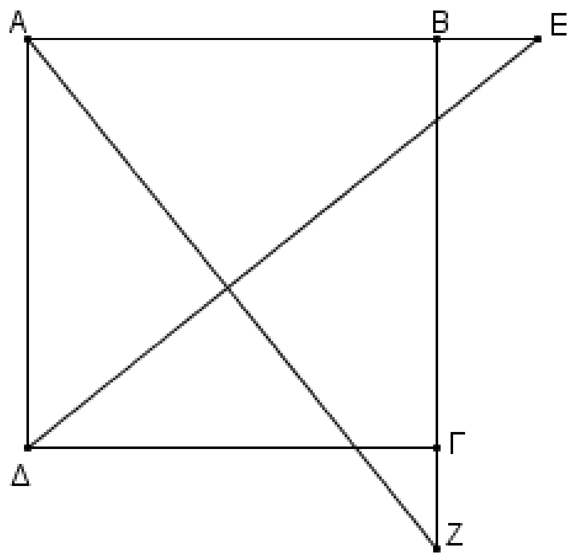
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τετράγωνο ΑΒΓΔ και σημεία Ε και Ζ στις προεκτάσεις των ΑΒ (προς το Β) και ΒΓ (προς το Γ) αντίστοιχα, ώστε ΒΕ=ΓΖ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΖ και ΑΕΔ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Οι γωνίες ΕΔΓ και ΑΖΒ είναι ίσες. (Μονάδες 13)

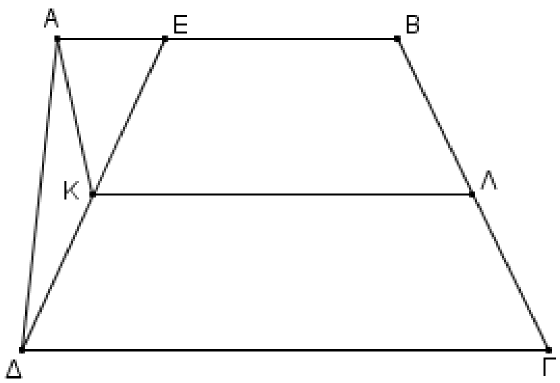


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΒ=3, ΓΔ=4. Θεωρούμε σημείο Ε στην ΑΒ ώστε ΑΕ=1. Στο τραπέζιο ΕΒΓΔ θεωρούμε τα Κ και Λ, μέσα των ΕΔ και ΒΓ αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε τη διάμεσο ΚΛ του τραπεζίου ΕΒΓΔ. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΛΚ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)

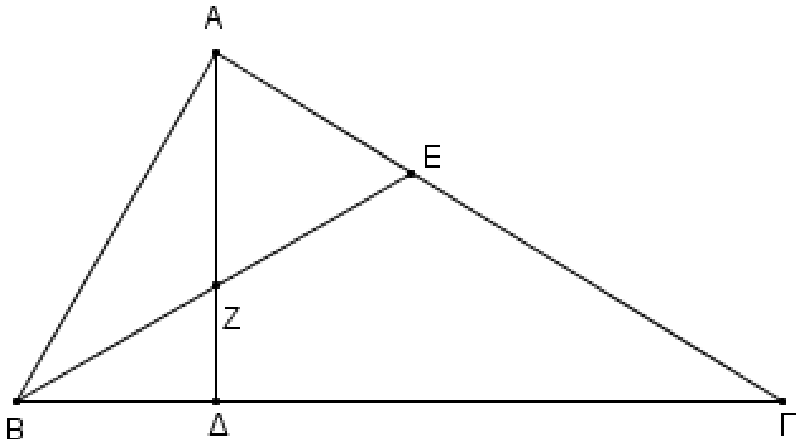


ΘΕΜΑ 2

Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύουν $\hat{A}+\hat{\Gamma}=2\hat{B}$ και $\hat{A}=3\hat{\Gamma}$.

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία Β είναι 60^o . (Μονάδες 10)

β) Αν το ύψος του ΑΔ και η διχοτόμος του ΒΕ τέμνονται στο σημείο Ζ, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΖΕ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 15)



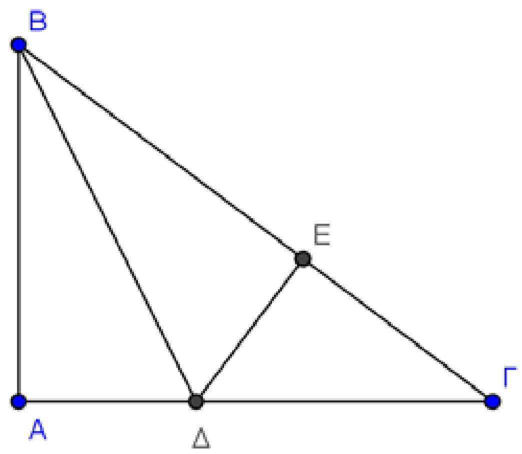
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία Α. Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Β, η ΔΕ είναι κάθετη στην ΒΓ και η γωνία Γ είναι μικρότερη της γωνίας Β. Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ=ΔΕ (Μονάδες 8)

β) ΑΔ < ΔΓ (Μονάδες 9)

γ) ΑΓ>ΑΒ (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^o$, $\hat{B} = 35^o$ και Μ το μέσο της ΒΓ.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία Γ. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΜΒ. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ (προς το Α) θεωρούμε τα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε ΑΔ = ΑΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΒΕ = ΓΔ (Μονάδες 6)

β) ΒΔ = ΓΕ (Μονάδες 10)

γ) $\Delta\hat{B}\Gamma = E\hat{\Gamma}B$ (Μονάδες 9)

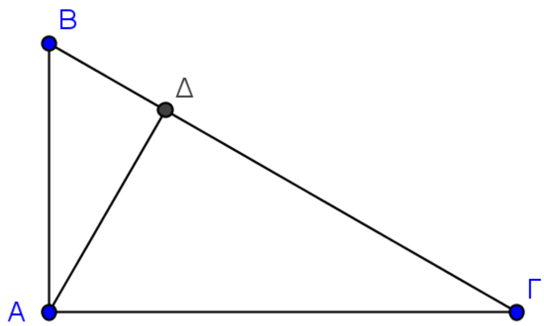
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με τη γωνία Α ορθή, $2\hat{\Gamma} = \hat{B}$ και ΑΔ το ύψος του.

α) Να υπολογιστούν οι οξείες γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)

β) Να υπολογιστεί η γωνία ΒΑΔ. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι: $B\Delta = \dfrac{AB}{2}$. (Μονάδες 9)

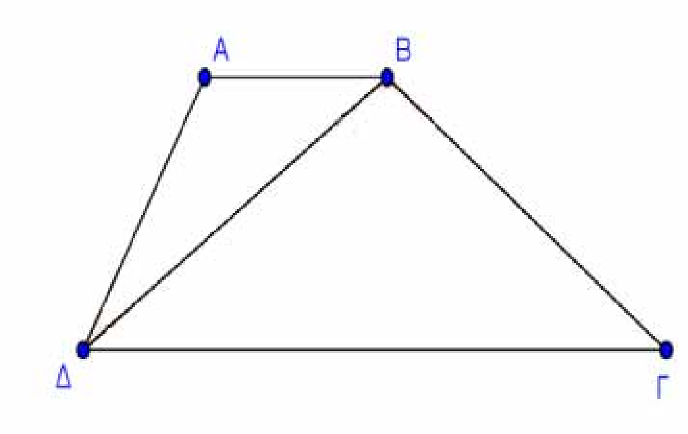


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ // ΓΔ και ΒΔ = ΒΓ. Αν $\Delta\hat{B}\Gamma = 110^o$ και $A\hat{\Delta}B = 25^o$ να υπολογίσετε:

α) Τη γωνία Γ. (Μονάδες 11)

β) Τη γωνία Α. (Μονάδες 14)



ΘΕΜΑ 2

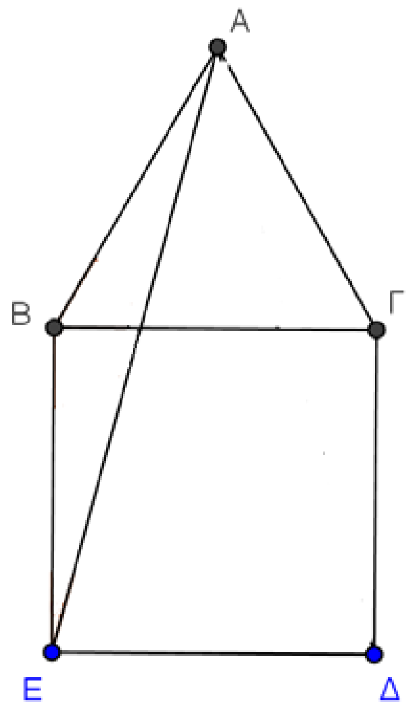
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και εκτός αυτού κατασκευάζουμε τετράγωνο ΒΓΔΕ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες

i. $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{E}$ (Μονάδες 8)

ii. $\mathrm{B}\hat{\mathrm{E}}\mathrm{A}$ (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

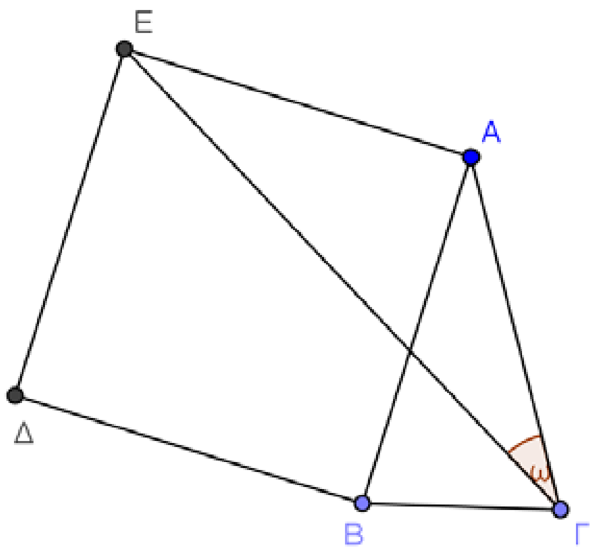


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου το τετράγωνο ΑΒΔΕ. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) $2 \cdot \mathrm{E}\hat{\Gamma}\mathrm{A} = 90^o - \mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\Gamma$. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

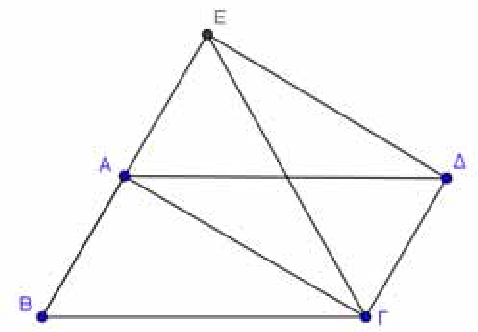
Στο παρακάτω σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο και το ΑΓΔΕ είναι ορθογώνιο.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το σημείο Α είναι μέσο του ΒΕ. (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο ΒΕΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)

γ) $\mathrm{B}\hat{\Gamma}\mathrm{A} = \mathrm{A}\hat{\Delta}\mathrm{E}$ (Μονάδες 8)



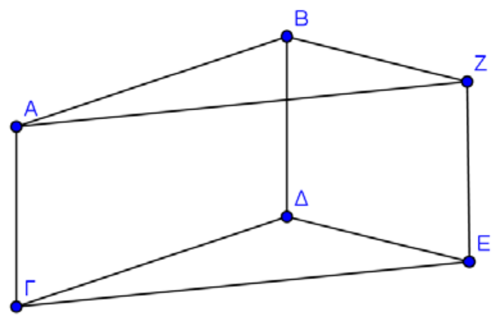
ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα παραλληλόγραμμα ΑΒΔΓ και ΒΔΕΖ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΓΕΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

β) $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{Z} = \Gamma\hat{\Delta}\mathrm{E}$. (Μονάδες 12)



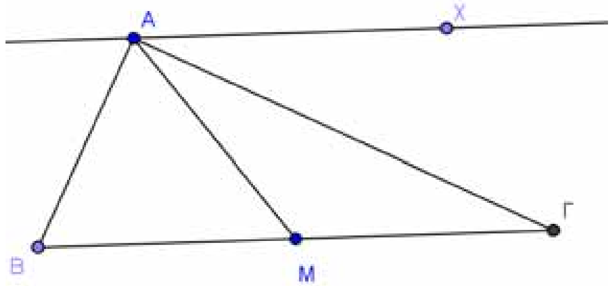
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με τη γωνία Α ορθή και Μ το μέσο της ΒΓ. Φέρουμε ημιευθεία Αx παράλληλη στη ΒΓ (στο ημιεπίπεδο που ορίζει η ΑΜ με το σημείο Γ).

Να αποδείξετε ότι:

α) $\mathrm{M}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \mathrm{M}\hat{\Gamma}\mathrm{A}$ (Μονάδες 12)

β) η ΑΓ είναι διχοτόμος της γωνίας ΜΑx. (Μονάδες 13)



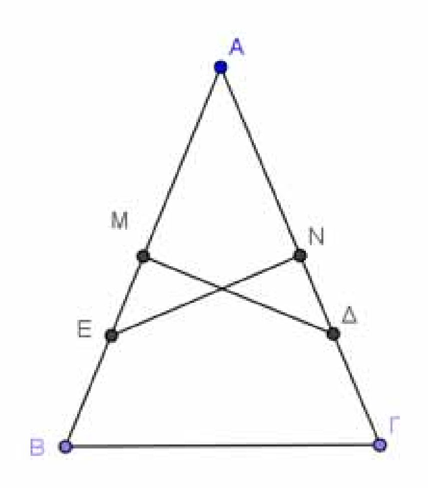
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και ΜΔ, ΝΕ οι μεσοκάθετοι των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Αν ΜΔ = ΝΕ τότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) Αν ΑΒ = ΑΓ τότε ΜΔ = ΝΕ (Μονάδες 13)



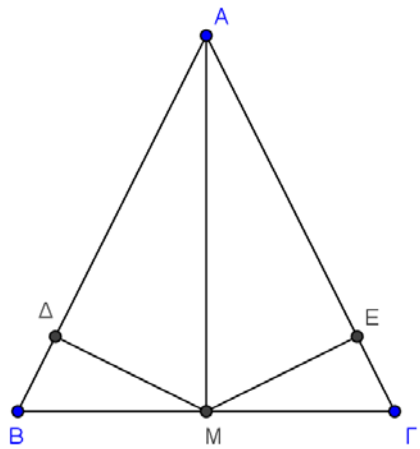
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και από σημείο Μ της πλευράς ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Αν ΜΔ = ΜΕ, τότε τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΜΕ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Αν ΑΒ = ΑΓ και Μ μέσο του ΒΓ, τότε ΜΔ = ΜΕ. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με τη γωνία Α ορθή και από το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

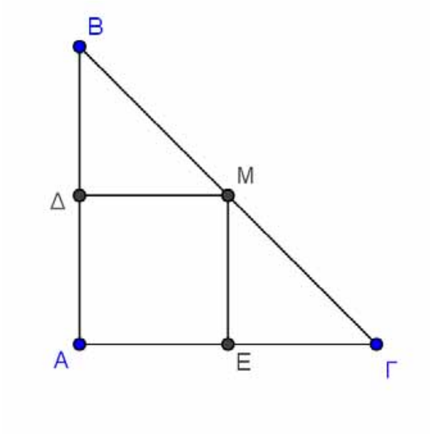
Να αποδείξετε ότι:

α) Αν ΜΔ = ΜΕ τότε:

i. τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

ii. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)

β) Αν ΑΒ = ΑΓ τότε ΜΔ = ΜΕ. (Μονάδες 8)



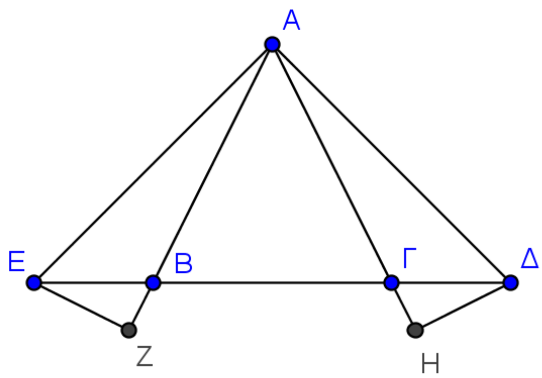
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Στην προέκταση της ΒΓ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε ΓΔ = ΒΕ. Από το Δ φέρουμε ΔΗ κάθετη στην ευθεία ΑΓ και από το Ε φέρουμε ΕΖ κάθετη στην ευθεία ΑΒ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ = ΑΕ (Μονάδες 12)

β) ΕΖ = ΔΗ (Μονάδες 13)

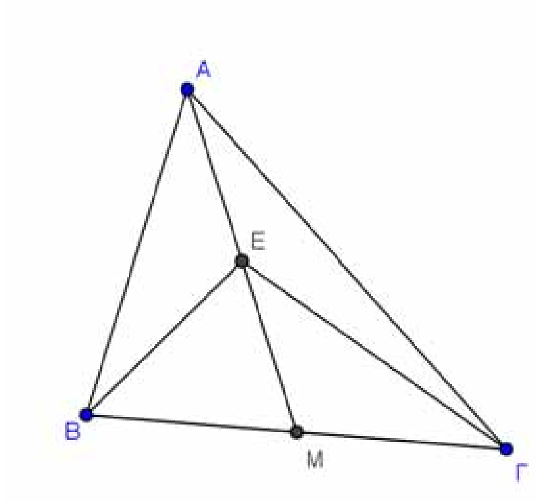


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Ε το μέσο της διαμέσου του ΑΜ. Αν ΒΓ = 2 ΒΕ να αποδείξετε ότι:

α) $\mathrm{A}\hat{\mathrm{E}}\mathrm{B} = \mathrm{E}\hat{\mathrm{M}}\Gamma$ (Μονάδες 12)

β) ΑΒ = ΕΓ . (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

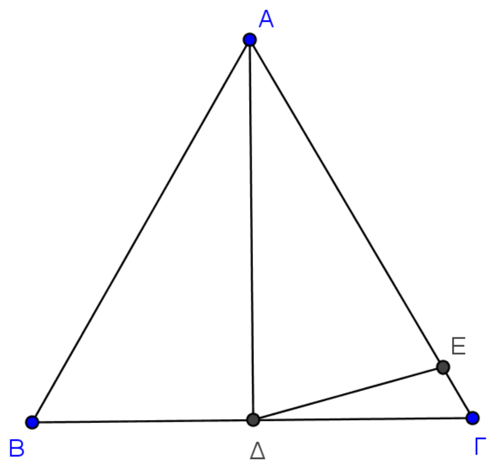
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και η διάμεσός του ΑΔ τέτοια ώστε $\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\Delta = 30^o$.

Θεωρούμε σημείο Ε στην ΑΓ τέτοιο ώστε ΑΔ = ΑΕ.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία ΕΔΓ. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο κέντρου Ο φέρουμε τις διαμέτρους του ΑΓ και ΒΔ.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

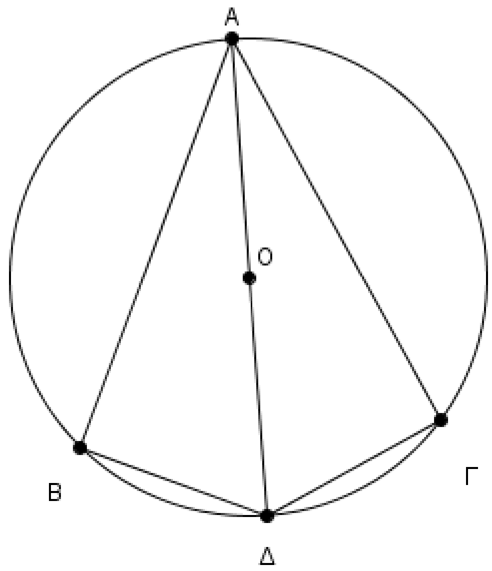
β) Ποια σχέση πρέπει να έχουν οι διάμετροι ΑΓ και ΒΔ ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι τετράγωνο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Αν η διάμετρος ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΑΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τόξα ΒΔ και ΔΓ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ίσα. (Μονάδες 15)



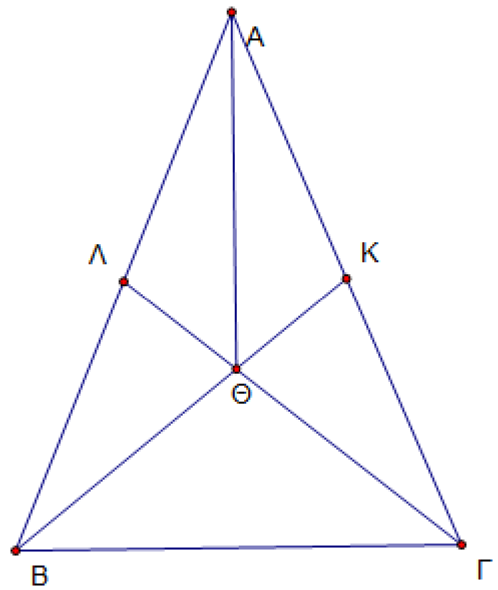
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και τις διαμέσους του ΒΚ και ΓΛ, οι οποίοι τέμνονται στο σημείο Θ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Οι διάμεσοι ΒΚ και ΓΛ είναι ίσες. (Μονάδες 12)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΘ και ΑΓΘ είναι ίσα (Μονάδες 13)

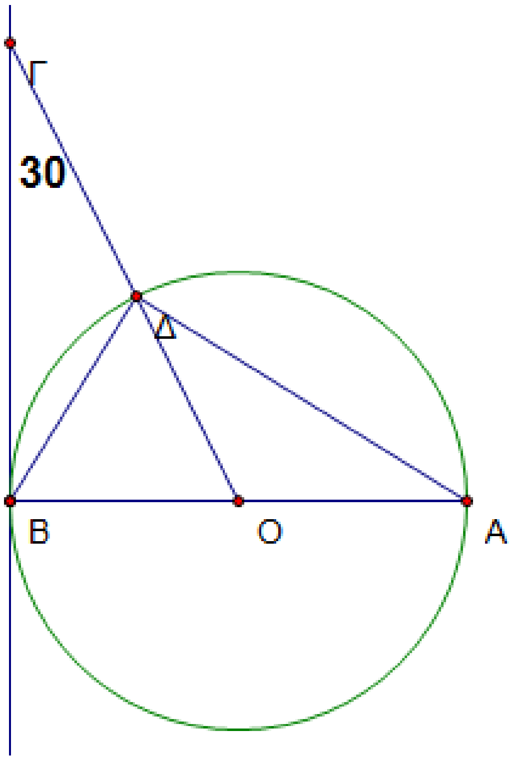


ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε κύκλο (Ο, ρ) και διάμετρό του ΑΒ. Στην εφαπτομένη του κύκλου στο Β θεωρούμε σημείο Γ τέτοιο ώστε, η γωνία ΒΓΟ να είναι ίση με 30^o. Αν η ΟΓ τέμνει τον κύκλο στο Δ να αποδείξετε ότι:

α) $ΟΓ = 2ΟΑ$. (Μονάδες 12)

β) $ΒΓ = ΑΔ$. (Μονάδες 13)



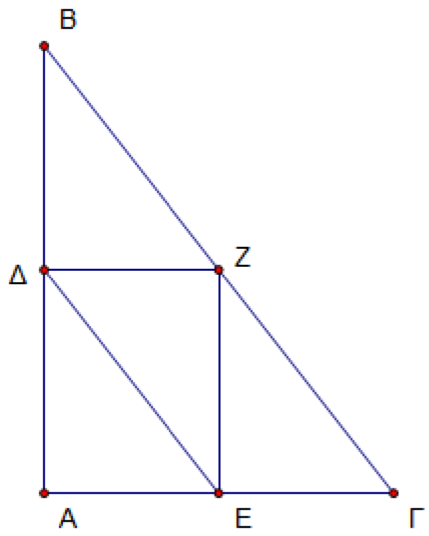
ΘΕΜΑ 2

Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$) θεωρούμε τα μέσα Δ, Ε και Ζ των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΕΖΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΕΔΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 13)

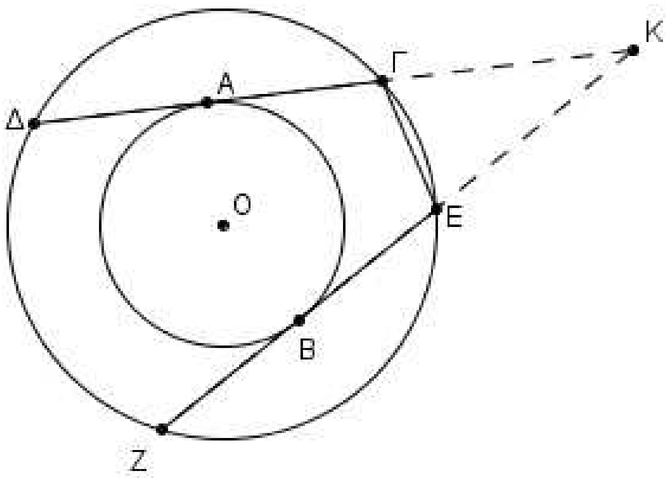


ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο Ο και ακτίνες ρ και R (ρ<R). Οι χορδές ΔΓ και ΖΕ του κύκλου (Ο,R) εφάπτονται του κύκλου (Ο, ρ) στα σημεία Α και Β αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι ΔΓ=ΖΕ. (12 Μονάδες)

β) Αν οι ΔΓ και ΖΕ προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο Κ, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΕΓ είναι ισοσκελές. (13 Μονάδες)



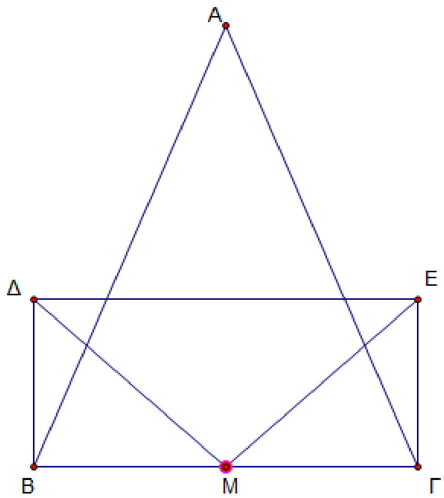
ΘΕΜΑ 2

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = A\Gamma$ και Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ. Στα σημεία Β και Γ φέρουμε κάθετες στη ΒΓ προς το ίδιο μέρος, και θεωρούμε σε αυτές σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, τέτοια ώστε $M\Delta = ME$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Το τετράπλευρο ΒΔΕΓ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)



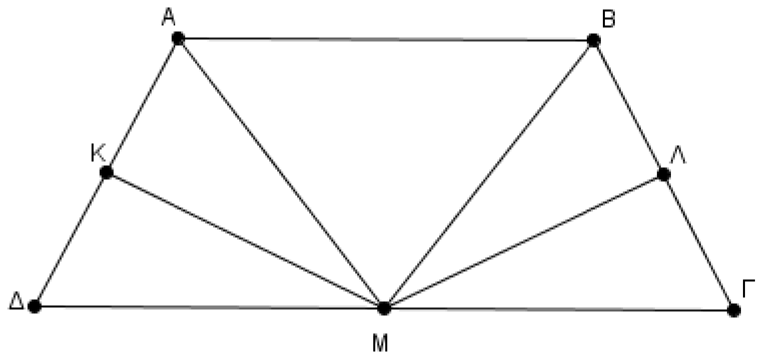
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ, το σημείο Μ είναι το μέσο της πλευράς ΔΓ και τα σημεία Κ και Λ είναι τα μέσα των μη παράλληλων πλευρών του ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τμήματα ΚΜ και ΛΜ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Τα τμήματα ΑΜ και ΒΜ είναι ίσα. (Μονάδες 13)



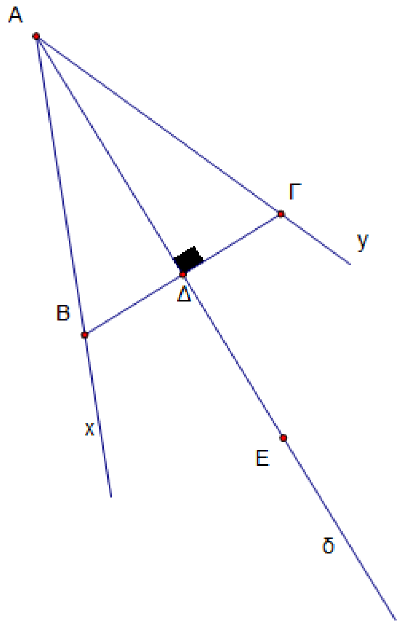
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται γωνία xAy και η διχοτόμος της Aδ. Από τυχαίο σημείο Β της Ax φέρνουμε κάθετη στη διχοτόμο, η οποία τέμνει την Αδ στο Δ και την Ay στο Γ.

Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τμήματα ΑΒ και ΑΓ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Το τυχαίο σημείο Ε της Αδ ισαπέχει από τα Β και Γ. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

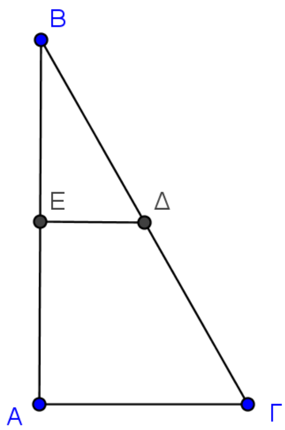
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^o$ και $\hat{B} = 30^o$. Αν τα σημεία Ε και Δ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα με ΕΔ=1, να υπολογίσετε τα τμήματα:

α) ΑΓ…… (Μονάδες 8)

β) ΒΓ….. (Μονάδες 9)

γ) ΑΔ….. (Μονάδες 8)

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

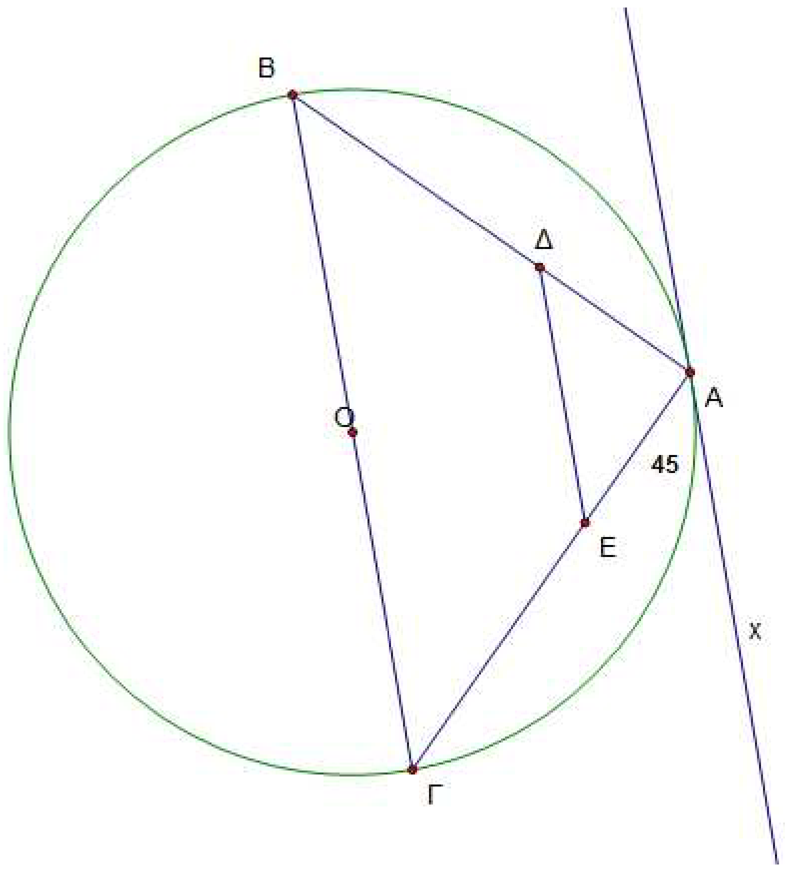


ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε κύκλο διαμέτρου ΒΓ. Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου σε σημείο του Α ώστε να σχηματίζει με τη χορδή ΑΓ γωνία 45^o. Φέρουμε επίσης μια παράλληλη ευθεία στη ΒΓ που τέμνει την ΑΒ στο Δ και την ΑΓ στο Ε.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΑΓ. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο και να υπολογίσετε τις γωνίες του. (Μονάδες 15)

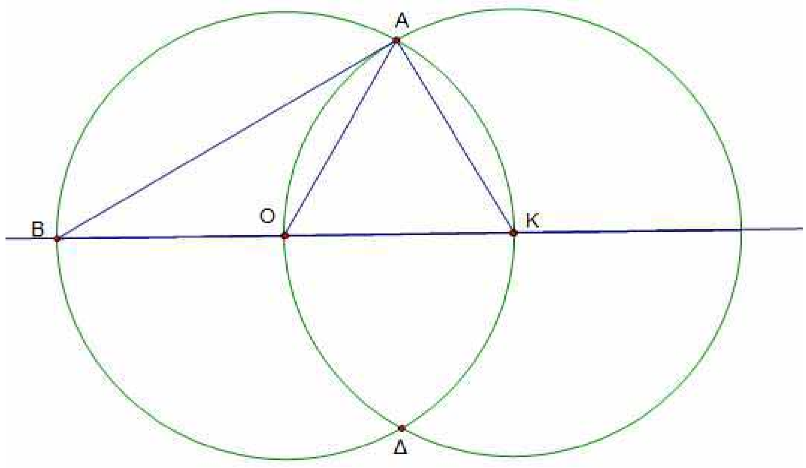


ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δυο ίσοι κύκλοι (Ο,ρ) και (Κ,ρ) με ΟΚ=ρ, οι οποίοι τέμνονται στα σημεία Α και Δ.

α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΑΚ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 10)

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΑΚ. (Μονάδες 15)



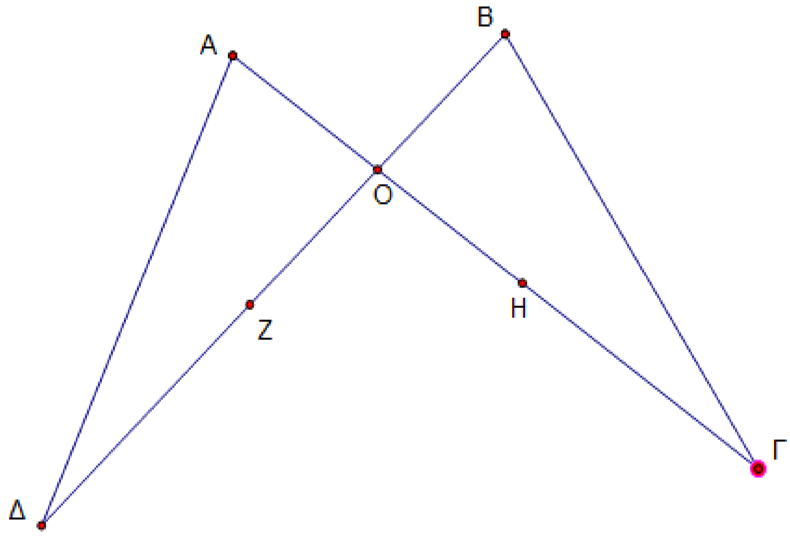
ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα τμήματα ΑΓ=ΒΔ που τέμνονται στο σημείο Ο έτσι ώστε ΟΑ=ΟΒ, και τα σημεία Η και Ζ στα τμήματα ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΟΗ=ΟΖ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Οι γωνίες $A\hat{\Delta}O$ και $B\hat{\Gamma}O$ είναι ίσες. (Μονάδες 12)

β) ΑΖ=ΒΗ . (Μονάδες 13)



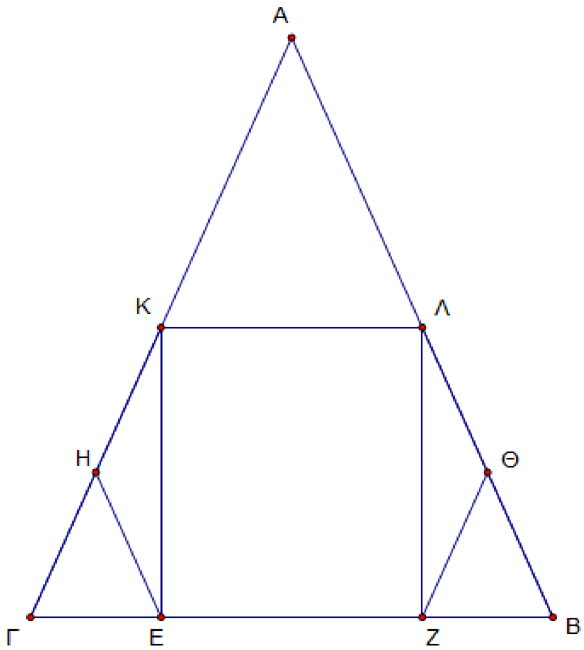
ΘΕΜΑ 2

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Από τα μέσα Κ και Λ των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΚΕ και ΛΖ στην πλευρά ΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $\overset{\Delta}{\mathrm{KE\Gamma}}$ και $\overset{\Delta}{\mathrm{\Lambda ZB}}$ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

β) ΕΗ=ΖΘ, όπου Η , Θ τα μέσα των τμημάτων ΚΓ, ΛΒ αντίστοιχα. (Μονάδες 10)



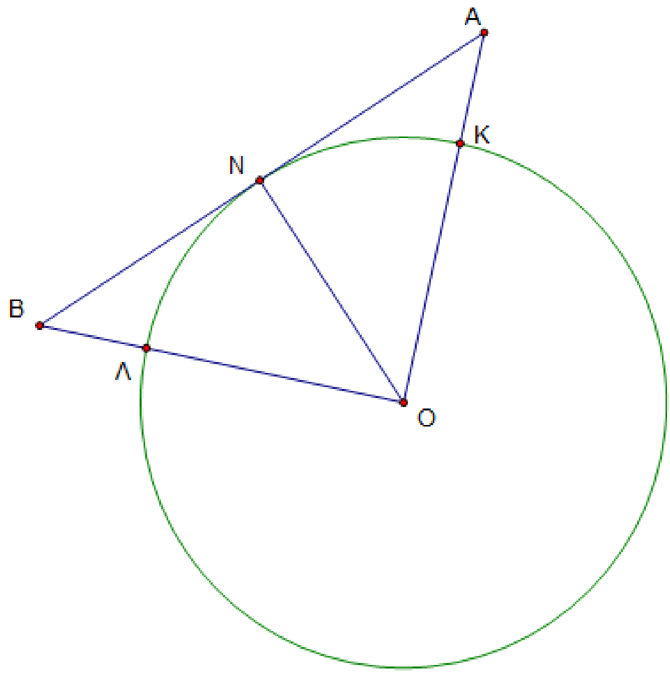
ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Σε σημείο Ν του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενή του, και εκατέρωθεν του Ν θεωρούμε σημεία Α και Β, τέτοια ώστε ΝΑ=ΝΒ. Οι ΟΑ και ΟΒ τέμνουν τον κύκλο στα Κ και Λ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AOB}}$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Το σημείο Ν είναι μέσο του τόξου ΚΛ. (Μονάδες 12)

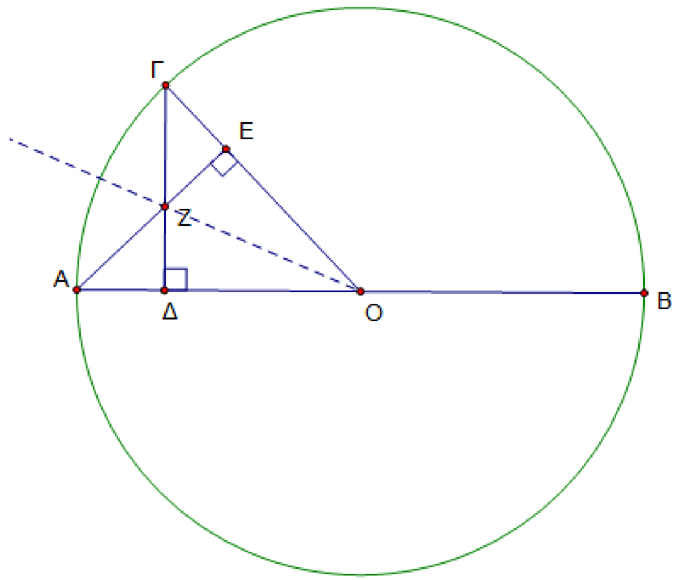


ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Θεωρούμε διάμετρο ΑΒ και τυχαίο σημείο Γ του κύκλου. Αν ΑΕ κάθετο στην ΟΓ και ΓΔ κάθετο στην ΑΟ να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\overset{\Delta}{\Delta\mathrm{OE}}$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Η ΟΖ διχοτομεί τη γωνία $\mathrm{A}\overset{\wedge}{\mathrm{O}}\Gamma$ και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου ΑΓ. (Μονάδες 12)

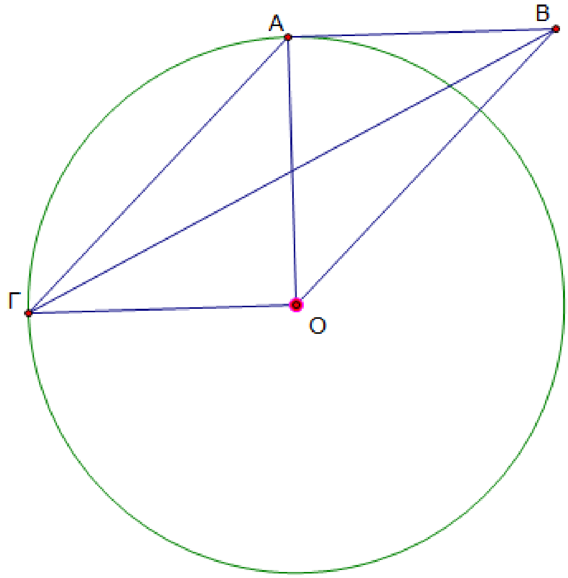


ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Θεωρούμε κάθετες ακτίνες ΟΑ , ΟΓ και εφαπτόμενο στον κύκλο τμήμα ΑΒ με $ΑΒ = ΟΓ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα ΑΟ και ΒΓ διχοτομούνται. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΒΟΓ. (Μονάδες 15)

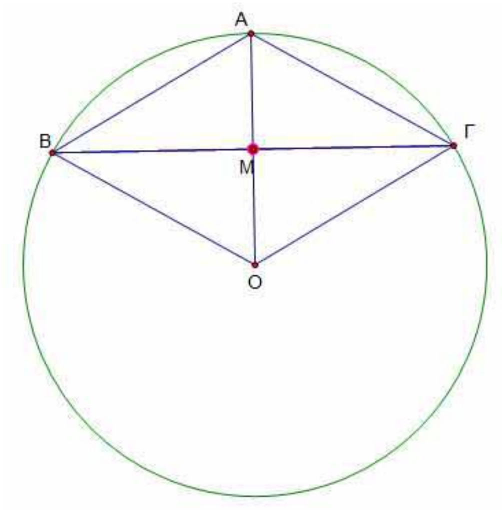


ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Θεωρούμε την ακτίνα ΟΑ και τη χορδή ΒΓ κάθετη στην ΟΑ στο μέσο της Μ.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΓΟΒ είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΓΟΒ. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

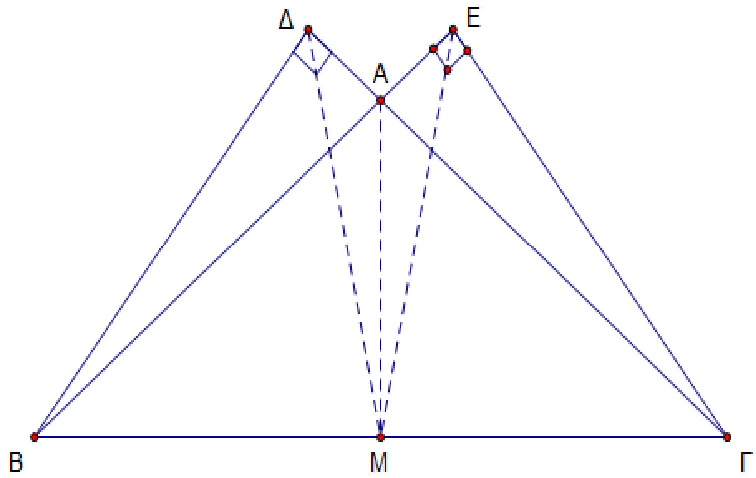
Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$ ($\mathrm{AB} = \mathrm{A\Gamma}$). Στις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ προς το Α φέρνουμε τμήματα ΒΔ και ΓΕ κάθετα στις ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{B\Delta} = \mathrm{\Gamma E}$. (Μονάδες 10)

β) Αν Μ το μέσο της ΒΓ τότε:

i. Να αποδείξετε ότι $\mathrm{M\Delta} = \mathrm{ME}$. (Μονάδες 8)

ii. Να αποδείξετε ότι η ΑΜ διχοτομεί τη γωνία $\Delta\overset{\wedge}{\mathrm{M}}\mathrm{E}$ (Μονάδες 7)



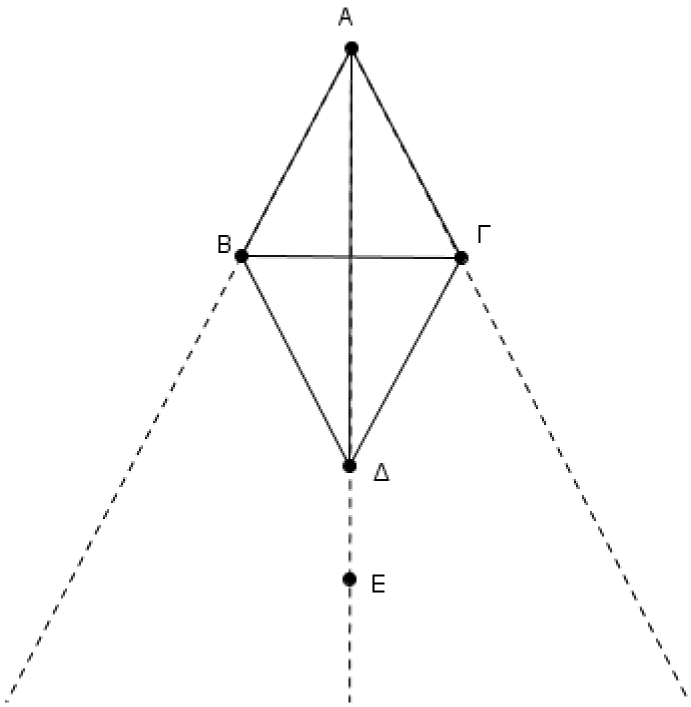
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ρόμβος ΑΒΔΓ. Στην προέκταση της διαγωνίου ΑΔ (προς το Δ) παίρνουμε τυχαίο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το σημείο Ε ισαπέχει από τις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ (προς το μέρος των Β και Γ αντίστοιχα). (Μονάδες 10)

β) Το σημείο Ε ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ. (Μονάδες 15)



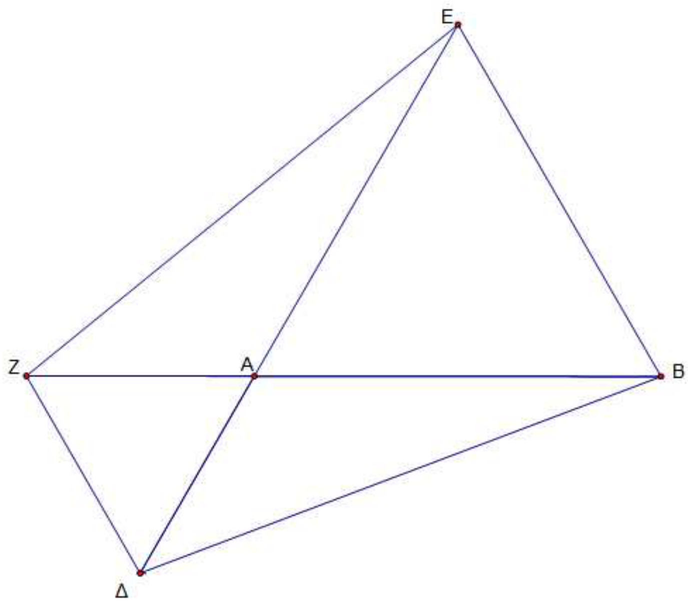
ΘΕΜΑ 2

Έστω τρίγωνο ΑΒΔ με $\hat{A} = 120^o$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα $\overset{\Delta}{\mathrm{AEB}}$ και $\overset{\Delta}{\mathrm{AZ\Delta}}$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΕΖ και ΑΒΔ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΒΔΖΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 13)



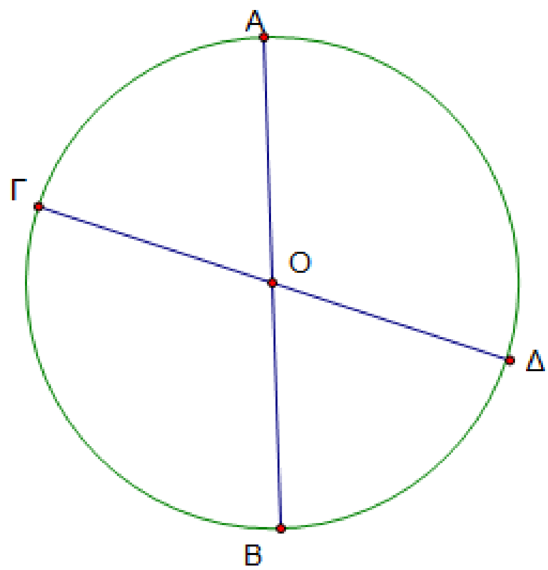
ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο κέντρου Ο φέρουμε δυο διαμέτρους του ΑΒ και ΓΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Οι χορδές ΑΓ και ΒΔ του κύκλου είναι ίσες. (Μονάδες 13)

β) Το τετράπλευρο ΑΓΒΔ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 12)



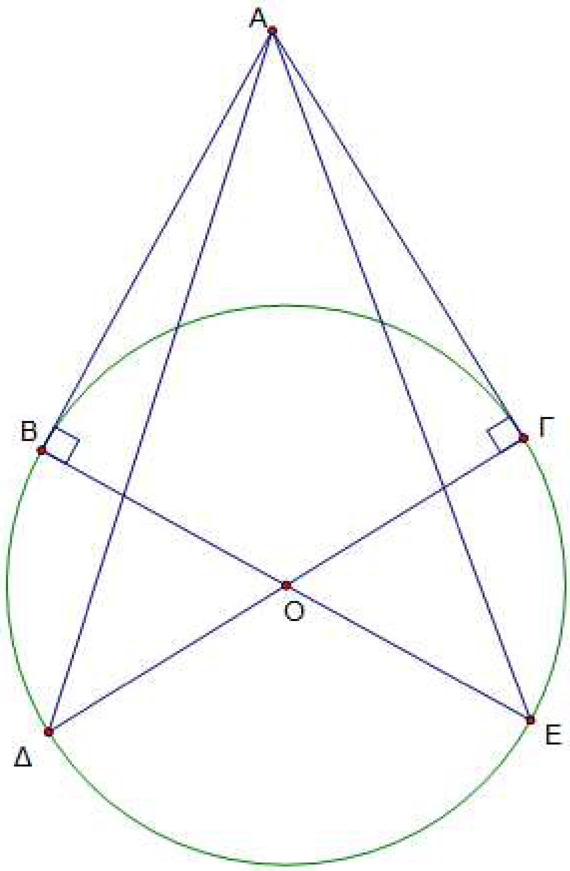
ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Από σημείο Α εκτός του κύκλου, φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ και ΑΓ. Τα σημεία Ε και Δ είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία των Β και Γ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

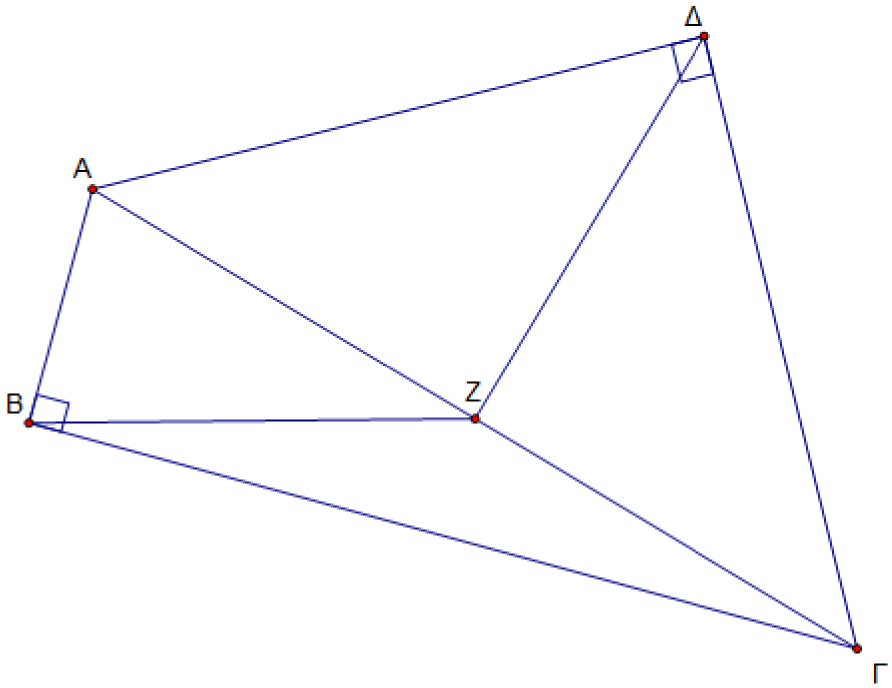


ΘΕΜΑ 2

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$ με $\hat{\mathrm{B}} = 90^o$ και Ζ το μέσο του ΑΓ. Με υποτείνουσα το ΑΓ κατασκευάζουμε ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{A\Delta\Gamma}}$ με $\hat{\Delta} = 90^{\mathrm{O}}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{BZ} = \Delta\mathrm{Z}$. (Μονάδες 13)

β) Αν $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{B} = 30^o$, να υπολογίσετε τις γωνίες ΒΑΔ και ΒΓΔ. (Μονάδες 12)

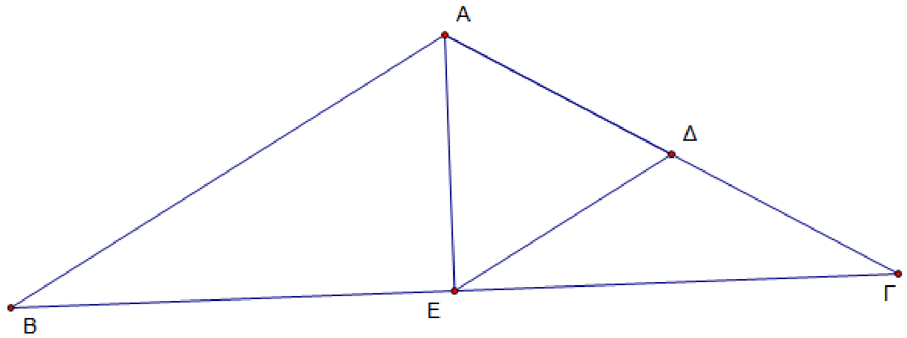


ΘΕΜΑ 2

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ = ΑΓ$, και γωνία $\hat{Β}$ ίση με 30^{O}. Θεωρούμε Δ και Ε τα μέσα των ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\overset{\Delta}{ΕΔΓ}$ είναι ισοσκελές και να υπολογίσετε τις γωνίες του. (Μονάδες 16)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\overset{\Delta}{ΑΔΕ}$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 9)



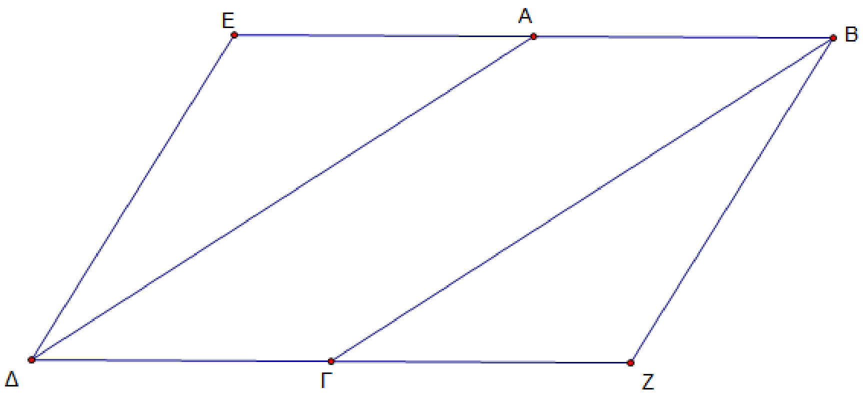
ΘΕΜΑ 2

Έστω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ (προς το Α) και την πλευρά ΔΓ (προς το Γ) κατά τμήματα $\mathrm{AE} = \mathrm{AB}$ και $\Gamma\mathrm{Z} = \Delta\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\mathrm{BZ} = \mathrm{E}\Delta$ (Μονάδες 13)

β) Το τετράπλευρο ΕΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το χάρτη μίας περιοχής όπου είναι κρυμμένος ένας θησαυρός. Οι ημιευθείες Αx και Αy παριστάνουν δύο ποτάμια και στα σημεία Β και Γ βρίσκονται δύο πλατάνια.

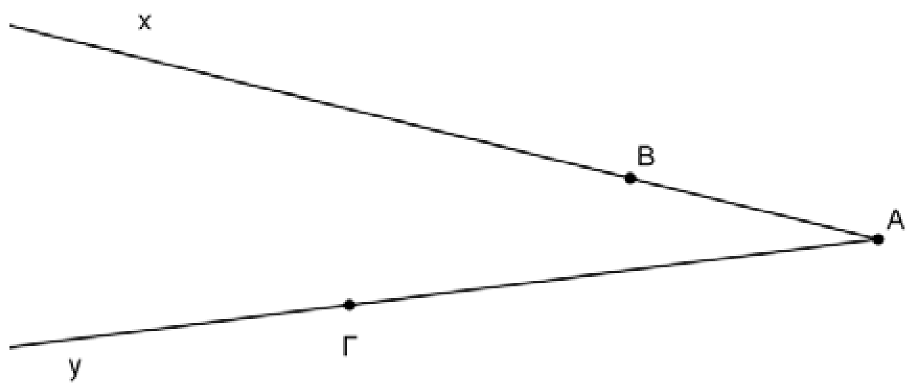
Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τις δυνατές θέσεις του θησαυρού, αν είναι γνωστό ότι:

α) ισαπέχει από τα δύο πλατάνια. (Μονάδες 9)

β) ισαπέχει από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 9)

γ) ισαπέχει και από τα δύο πλατάνια και από τα δύο ποτάμια. (Μονάδες 7)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.

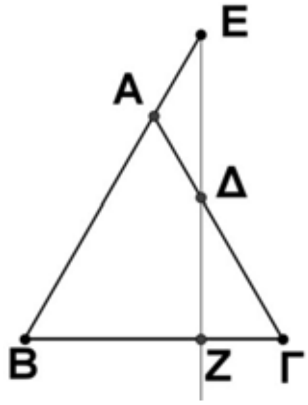


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε σημείο Ε στην προέκταση της ΒΑ (προς το Α) και σημείο Δ στο εσωτερικό της πλευράς ΑΓ, ώστε ΑΕ=ΑΔ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 10)

β) Αν Ζ είναι το σημείο τομής της προέκτασης της ΕΔ (προς το Δ) με την ΒΓ, να αποδείξετε ότι η ΕΖ είναι κάθετη στην ΒΓ. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^o$ και $\hat{\mathrm{B}} > \hat{\Gamma}$ φέρουμε το ύψος του ΑΔ και την διάμεσο ΑΜ στην πλευρά ΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) οι γωνίες $\hat{\mathrm{B}}$ και $\Gamma\hat{\mathrm{A}}\Delta$ είναι ίσες, (Μονάδες 12)

β) $\mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\Delta = 2 \cdot \hat{\Gamma}$. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\hat{B} = 60^{o}$. Φέρουμε τα ύψη ΑΕ και ΒΖ του παραλληλογράμμου που αντιστοιχούν στην ευθεία ΔΓ.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ΓΖ = \frac{ΑΔ}{2}$, (Μονάδες 8)

β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ίσο με το τρίγωνο ΒΓΖ, (Μονάδες 9)

γ) το τετράπλευρο ΑΒΖΕ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Έστω ορθογώνιο ΑΒΓΔ και τα σημεία Ν και Κ των ΑΒ και ΔΓ αντίστοιχα, τέτοια ώστε ΑΝ = ΚΓ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα ΑΝΔ και ΒΓΚ είναι ίσα , (Μονάδες 8)

ii. το τετράπλευρο ΝΒΚΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

β) Αν Ε και Ζ είναι τα μέσα των ΝΔ και ΔΚ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΝΚΖΕ είναι τραπέζιο . (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) και ΑΔ η διχοτόμος της γωνίας Α. Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την ΑΓ στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΕΔΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία ΑΔΕ. (Μονάδες 9)

γ) Αν η γωνία $\hat{B}$ είναι 20 μοίρες μεγαλύτερη της γωνίας $\hat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τη γωνία $E\hat{\Delta}\Gamma$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΑΒ=8 και ΔΓ=12. Αν ΑΗ και ΒΘ τα ύψη του τραπεζίου,

α) να αποδείξετε ότι ΔΗ = ΘΓ. (Μονάδες 12)

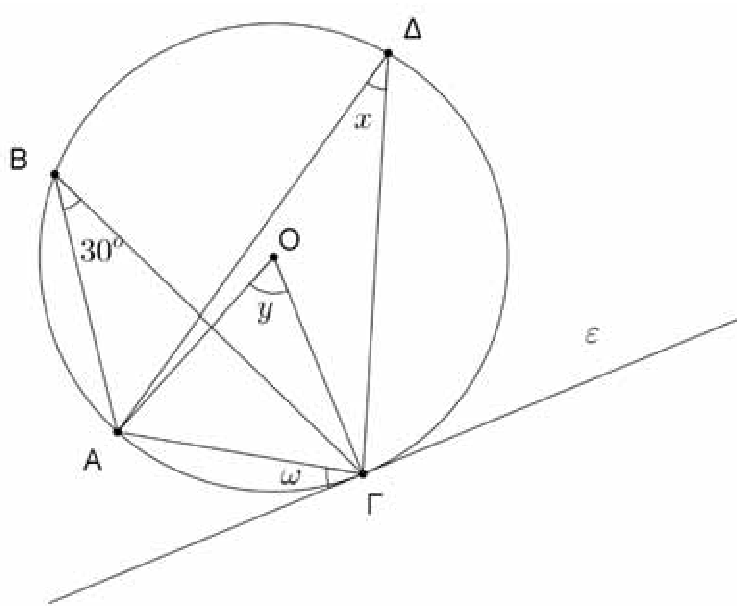
β) να υπολογίσετε τη διάμεσο του τραπεζίου. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου (Ο,ρ) στο σημείο Γ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες x,y και ω δικαιολογώντας σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας. (Μονάδες 15)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΟΑΓ ως προς τις πλευρές. **(**Μονάδες 10)



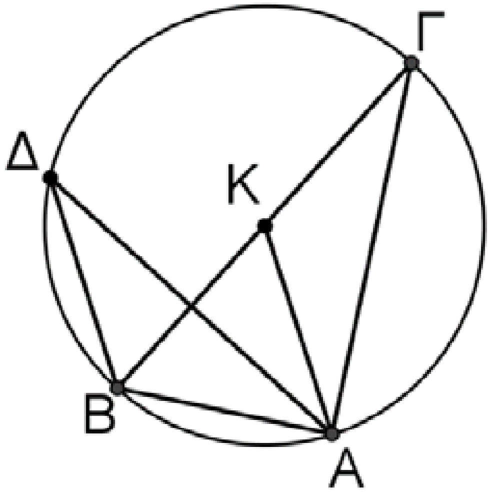
ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος κέντρου Κ, μια διάμετρός του ΒΓ και σημείο Α του κύκλου τέτοιο ώστε ΒΑ=ΚΓ. Αν Δ τυχαίο σημείο του κύκλου διαφορετικό των Β και Γ,

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΚΑ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

β) να υπολογίσετε την γωνία $\mathrm{B}\hat{\Delta}\mathrm{A}$. (Μονάδες 9)

γ) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ . (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 2

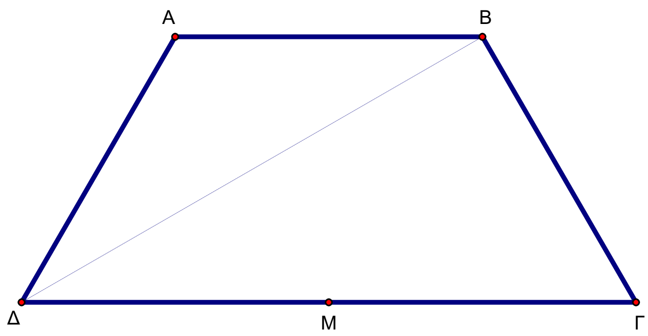
Στο τραπέζιο του παρακάτω σχήματος έχουμε ΑΒ=ΑΔ=$\frac{Γ\Delta}{2}$, $\hat{\Delta} = 60^{\circ}$ και Μ το μέσο της πλευράς ΓΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) η ΔΒ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$, (Μονάδες 9)

β) η ΒΜ χωρίζει το τραπέζιο σε ένα ρόμβο και ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

(Μονάδες 16)

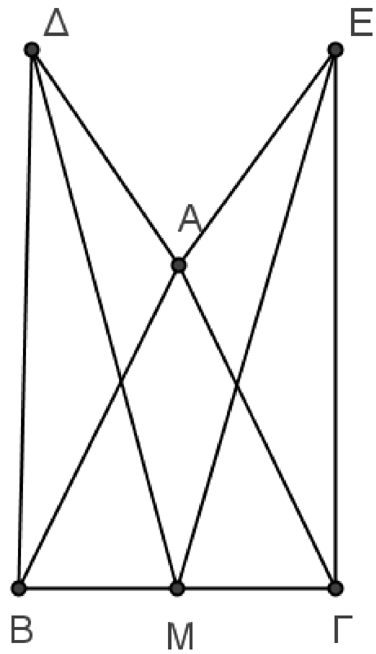


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Στα σημεία Β και Γ της ΒΓ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της ΒΓ, τα τμήματα ΒΔ $\perp$ ΒΓ και ΓΕ $\perp$ ΒΓ τέτοια ώστε ΒΔ=ΓΕ. Αν Μ το μέσο της ΒΓ, να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα, (Μονάδες 12)

β) ΑΔ=ΑΕ. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) .

α) Να αποδείξετε ότι τα μέσα Δ και Ε των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, ισαπέχουν από τη βάση ΒΓ. (Μονάδες 13)

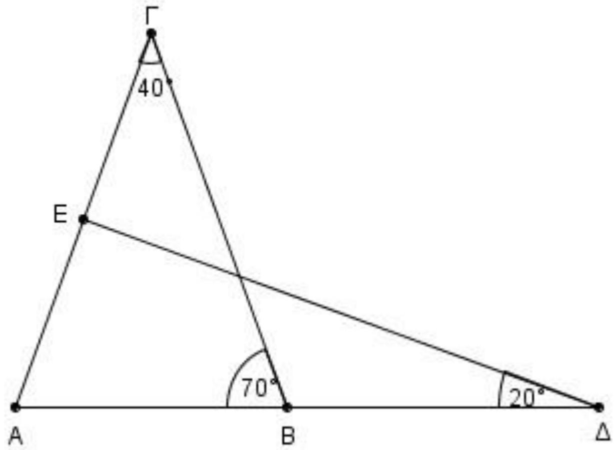
β) Αν $\hat{A} = 75^\circ + \hat{B}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

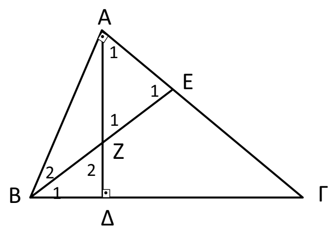
Στο παρακάτω σχήμα, να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές, (Μονάδες 12)

β) η γωνία ΑΕΔ είναι ορθή. (Μονάδες 13)



ΜΑΘΗΜΑ	Μαθηματικά: Γεωμετρία
ΤΥΠΟΣ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΓΕΛ
ΣΤΟΧΟΙ του Π.Σ.	ΤΙ. Ταξινομούν τα τρίγωνα με βάση τις σχέσεις των πλευρών και το είδος των γωνιών του, αναγνωρίζουν τα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου (διάμεσος, διχοτόμος ύψος) με βάση τους αντίστοιχους ορισμούς, τα σχεδιάζουν και τα συμβολίζουν. ΠΕ3. Αποδεικνύουν και χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων την πρόταση για το άθροισμα γωνιών τριγώνου.

<table>
<tr>
<td>Εκφώνηση Δραστηριότητας</td>
<td>Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με
$\hat{A} = 90°$ και Ζ το σημείο τομής του
ύψους του ΑΔ και της διχοτόμου του ΒΕ.
i)Να αποδείξετε ότι $AE = AZ.$
ii)Αν το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισόπλευρο, να
υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Ενδεικτική Απάντηση</td>
<td>

i)Για να αποδείξουμε ότι το τρίγωνο
ΑΕΖ είναι ισοσκελές με $AE = AZ$, αρκεί
να αποδείξουμε ότι $\hat{E}_1 = \hat{Z}_1$. Προς τούτο,
παρατηρούμε ότι οι γωνίες $\hat{E}_1$ και $\hat{B}_2$
είναι οι οξείες γωνίες του ορθογωνίου
τριγώνου ΑΕΒ. Επομένως,
$\hat{E}_1 = 90° - \hat{B}_2$ (1)
Επίσης, $\hat{Z}_1 = \hat{Z}_2$, ως κατακορυφήν και
$\hat{Z}_2 = 90° - \hat{B}_1$ (2)αφού το τρίγωνο ΒΔΖ
είναι ορθογώνιο. Όμως, ηΒΕ είναι
διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ και συνεπώς
$\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (3)
Από τις σχέσεις(1), (2) και (3)
συμπεραίνουμε ότι $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$.
ii)Αν το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισόπλευρο,</td>
</tr>
</table>

	τότε $\hat{A}_1 = 60°$. Και επειδή το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{\Delta} = 90°$ συμπεραίνουμε ότι $\hat{\Gamma} = 90° - \hat{A}_1 = 90° - 60° = 30°$. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι επίσης ορθογώνιο με $\hat{A} = 90°$. Επομένως, $\hat{B} = 90° - \hat{\Gamma} = 90° - 30° = 60°$.
ΘΕΜΑ	4
ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΠΑΙΤΗΣΗ **(4,2),(4,5),(4,8)**	2. **Να συνθέτουν** τις γνώσεις που διαθέτουν για την επίλυση ενός μη οικείου προ-βλήματος. 5. **Να διερευνούν και να διατυπώνουν εικασίες** τις οποίες να αποδεικνύουν επι-λέγοντας την κατάλληλη στρατηγική. 8. **Να προσαρμόζουν τη λύση** ενός προβλήματος όταν τα δεδομένα της εκφώνη-σης μεταβάλλονται.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και Μ το μέσο της ΒΓ. Προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήμα ΜΔ=ΜΑ. Από το Α φέρουμε παράλληλη προς τη ΒΓ η οποία τέμνει την προέκταση της ΔΓ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο ΑΒΔΓ είναι παραλληλόγραμμο, (Μονάδες 12)

β) $\mathrm{BM} = \frac{\mathrm{AE}}{2}$ (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ τέτοιο, ώστε $ΑΓ < ΑΒ$.Στην πλευρά ΑΒ θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $ΑΔ = ΑΓ$ και στην προέκταση της ΒΑ (προς το Α) θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο ώστε $ΑΕ = ΑΓ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ΔΓ \perp ΕΓ$, (Μονάδες 12)

β) η γωνία ΕΑΓ είναι διπλάσια της γωνίας ΑΔΓ. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

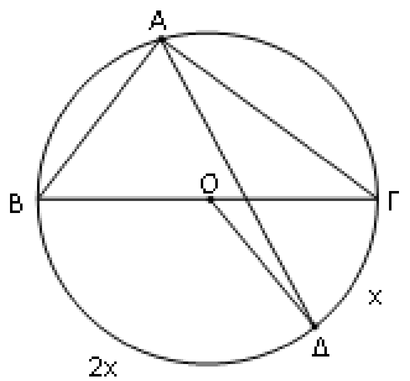
Έστω κύκλος κέντρου Ο και διαμέτρου ΒΓ. Θεωρούμε τα σημεία Α και Δ του κύκλου εκατέρωθεν της ΒΓ, τέτοια ώστε το τόξο ΒΔ να είναι διπλάσιο του τόξου ΔΓ.

Να υπολογίσετε:

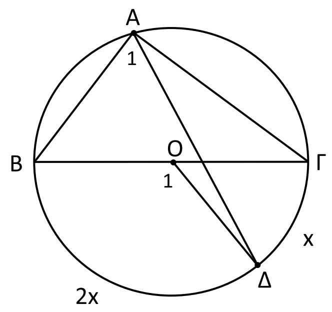
α) το μέτρο Χ του τόξου ΓΔ, (Μονάδες 8)

β) τη γωνία ΒΟΔ, (Μονάδες 9)

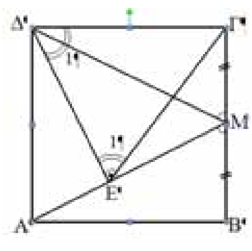
γ) τη γωνία ΒΑΔ. (Μονάδες 8)



ΜΑΘΗΜΑ	Μαθηματικά: Γεωμετρία
ΤΥΠΟΣ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΓΕΛ
ΣΤΟΧΟΙ του Π.Σ.	Εγl. Διερευνούν και αποδεικνύουν τις σχέσεις εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας καθώς και τη σχέση τους με τη γωνία χορδής και εφαπτομένης. Χρησιμοποιούν τις παραπάνω σχέσεις στην επίλυση προβλημάτων.

Εκφώνηση Δραστηριότητας	Στο παρακάτω σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος και το σημείο Ο είναι το κέντρο του κύκλου. Να βρείτε: i)το μέτρο x του τόξου **ΓΔ** ii)τη γωνία $\mathbf{O_1}$ iii)τη γωνία $\mathbf{A_1}$. 
Ενδεικτική Απάντηση	i)Η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου. Επομένως, $ΒΔ + ΔΓ = 180^\circ \Leftrightarrow 2x + x = 180^\circ$ $\Leftrightarrow 3x = 180^\circ \Leftrightarrow x = 60^\circ$. ii)Αποδείξαμε ότι $x = 60^\circ$. Άρα, $O_1 = ΒΔ = 2x = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$. iii)Η γωνία A_1 είναι εγγεγραμμένη και βαίνει στο τόξο ΒΔ . Επομένως, $A_1 = \frac{O_1}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.
ΘΕΜΑ	2
ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΠΑΙΤΗΣΗ (2,1),(2,2),(2,5)	1. **Να εφαρμόζουν κατάλληλα** ορισμούς, θεωρίες, αλγόριθμους σε προβλήματα παρόμοια με αυτά που έχουν διδαχθεί στην τάξη. 2. **Να ερμηνεύουν έναν απλό ισχυρισμό** που διατυπώνεται στην εκφώνηση του προβλήματος μεταφράζοντάς τον σε μαθηματικό μοντέλο. 5. **Να συλλέγουν και να ερμηνεύουν** δεδομένα.

ΜΑΘΗΜΑ	Μαθηματικά: Γεωμετρία
ΤΥΠΟΣ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΓΕΛ
ΣΤΟΧΟΙ του Π.Σ.	ΠΕl. Διερευνούν, προσδιορίζουν και αποδεικνύουν κριτήρια παραλληλίας δύο ευθειών μέσω των σχέσεων γωνιών που σχηματίζουν αυτές με μια τέμνουσα. Αποκτούν μια πρώτη αίσθηση του ρόλου του «αιτήματος παραλληλίας» στην

	ιστορική εξέλιξη και τη φύση της Γεωμετρίας. Αποδεικνύουν και χρησιμοποιούν βασικές ιδιότητες των παραλλήλων. ΠΤ2. Αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τον ορισμό τους και τα αντίστοιχα κριτήρια. Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες τους στην επίλυση προβλημάτων. Εγ1. Διερευνούν και αποδεικνύουν τις σχέσεις εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας καθώς και τη σχέση τους με τη γωνία χορδής και εφαπτομένης. Χρησιμοποιούν τις παραπάνω σχέσεις στην επίλυση προβλημάτων. Εγ2. Διερευνούν, προσδιορίζουν και αποδεικνύουν βασικές ιδιότητες των εγγεγραμμένων και τα κριτήρια εγγραψιμότητας τετραπλεύρων. Χρησιμοποιούν τις σχετικές προτάσεις στην επίλυση προβλημάτων.
Εκφώνηση Δραστηριότητας	Δίνεται τετράγωνο **ΑΒΓΔ** και το μέσο Μ της πλευράς του ΒΓ. Αν Ε είναι η προβολή του σημείου Δ πάνω στην ΑΜ, να αποδείξετε ότι: i) $\mathbf{AMB = \Delta M\Gamma}$ ii)το τετράπλευρο ΔΕΜΓ είναι εγγράψιμο iii)ΓΕ = ΓΔ.
Ενδεικτική Απάντηση	 i)Τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΔΓΜ έχουν: $B = \hat{\Gamma} = 90^\circ$, αφού το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο. ●$AB = \Delta\Gamma$, ως απέναντι πλευρές του τετραγώνου ΑΒΓΔ. ●$BM = M\Gamma$, αφού το σημείο Μ είναι μέσο του ΒΓ. Επομένως, τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΔΓΜ είναι ίσα και συνεπώς $AMB = \Delta M\Gamma$.

	ii)Στο τετράπλευρο ΔΕΜΓ έχουμε $E+\hat{\Gamma}=90^{\circ}+90^{\circ}=180^{\circ}$. Άρα, το τετράπλευρο ΔΕΜΓ είναι εγγράψιμο. iii)Αρκεί να αποδείξουμε ότι το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ισοσκελές με $\Delta_1=E_1$. Προς τούτο, παρατηρούμε ότι $\Delta_1=AMB$, ως οξείες γωνίες που έχουν τις πλευρές τους κάθετες. Επίσης, $E_1=\Delta M\Gamma$ αφού το τετράπλευρο ΔΕΜΓ είναι εγγράψιμο. Όμως, στο ερώτημα i) αποδείξαμε ότι $AMB=\Delta M\Gamma$. Επομένως, $\Delta_1=E_1$ που είναι η ζητούμενη σχέση.
ΘΕΜΑ	4
ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΠΑΙΤΗΣΗ (4,1),(4,2),(4,5),(4,6)	1. **Να προσαρμόζουν τα διαθέσιμα μαθηματικά εργαλεία** στις ιδιαιτερότητες της κατάστασης που διερευνούν. 2. **Να συνθέτουν** τις γνώσεις που διαθέτουν για την επίλυση ενός μη οικείου προ-βλήματος. 5. **Να διερευνούν και να διατυπώνουν εικασίες** τις οποίες να αποδεικνύουν επι-λέγοντας την κατάλληλη στρατηγική. 6. **Να αξιολογούν** την αξιοπιστία μιας πληροφορίας, την αποτελεσματικότητα μιας στρατηγικής ή την ορθότητα μιας απόδειξης.

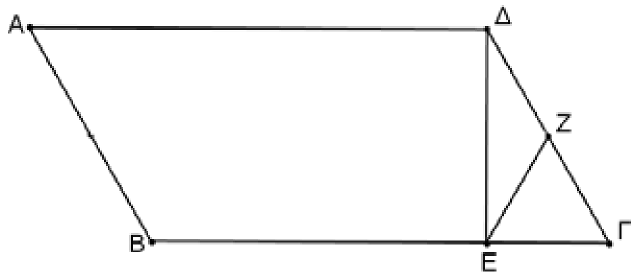
ΘΕΜΑ 2

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $\hat{B}=120^0$ και $\Delta E \perp B\Gamma$. Έστω ΕΖ η διάμεσος του τριγώνου ΔΕΓ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες Α και Γ του παραλληλογράμμου. (Μονάδες 8)

β) Αν Κ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ, να αποδείξετε ότι ΕΖ=ΑΚ. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία ΕΖΓ. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($Α=90^0$) και η διχοτόμος του ΒΔ. Από το Δ φέρουμε

ΔΕ$\perp$ΒΓ που τέμνει την προέκταση της ΑΒ (προς το Α) στο Ζ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΒΕ=ΑΒ, (Μονάδες 12)

β) το τρίγωνο ΒΓΖ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)